**И. М. СМИРНОВА, В. А. СМИРНОВ**

**Г Е О М Е Т Р И Я**

## ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

## ДЛЯ 7 КЛАССА

**ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ**

**МОСКВА**

**МНЕМОЗИНА**

**2021**

#### П Р Е Д И С Л О В И Е

Предлагаемые дидактические материалы по геометрии предназначены для работы в 7 классе по учебнику: Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия: Учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений (М.: Мнемозина).

 В учебное пособие включена программа изучения и тематическое планирование, предусматривающие три варианта изучения: без учета дополнительного материала (помеченного в названном учебнике звёздочкой); с учетом этого материала; углублённое изучения геометрии.

 Помимо этого, предлагаются математические диктанты, самостоятельные и контрольные работы, тесты, задачи с практическим содержанием.

Диктанты даются в двух вариантах к каждому пункту учебника. Это задания с пропусками, которые заполняются учениками. Как правило, математический диктант проводится в начале урока в течение небольшого промежутка времени (оптимально 7-8 мин.). Он хорошо активизирует учебную деятельность школьников, способствует систематизации, обобщению знаний учащихся, повторению теоретического материала.

Самостоятельные работы – разноуровневые, они также даются к каждому пункту учебника. Предусмотрено два равноценных варианта. В каждом из них по 6 заданий, которые распределены по трём уровням: первые два задания легче (они отмечены кружком), вторые два – это задания базового, стандартного уровня и последние два – повышенного уровня трудности (помечены звёздочкой). В самостоятельные работы включены разнообразные задачи на доказательство, вычисление и построение. Последние до пункта 20 «Задачи на построение» решаются с помощью линейки, угольника, транспортира и циркуля.

Контрольные работы охватывают все основные разделы курса геометрии 7 класса, их шесть, в соответствии с программой изучения. Каждая контрольная работа даётся в двух равноценных варианта. Последнее задание в них – повышенной трудности (отмечено звёздочкой).

Они помогут лучше освоить содержание обучения геометрии, сформировать необходимые представления, выработать практические навыки, развить логическое мышление, проверить качество освоения материала.

Предлагаемые тесты посвящены основным темам курса геометрии 7 класса. Их всего шесть по 20 заданий в каждом. Они предназначены для проверки успешности усвоения школьниками учебного материала. Тесты не содержат громоздких вычислений и охватывают, по возможности, все основные понятия изученной темы. К каждому тестовому заданию предлагается несколько (как правило, четыре) вариантов ответов, из которых ученик должен выбрать один, верный, по его мнению.

В пособие включены, так называемые, задачи с практическим содержанием. Основная их дидактическая функция заключается в том, чтобы продемонстрировать учащимся непосредственную связь школьной геометрии с реальной жизнью. Это очень важный компонент обучения, который помогает учащимся лучше осознать значение геометрии и обеспечивает действенность геометрических знаний. Помимо сказанного, серьёзным аспектом решения таких задач является формирование у школьников понятия математической модели: сначала перевод практической ситуации на язык геометрии, геометрическое решение и интерпретация полученного решения, т. е. возвращение к практической стороне исходной задачи. Именно так решаются настоящие прикладные задачи на производстве, в технике, науке, сельском хозяйстве и других областях.

Завершается пособие ответами к самостоятельным, контрольным работам и тестам.

#### § 1. ПРОГРАММА ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

**Вариант I** программы – 2 часа в неделю, всего 68 часов за год.

**Вариант II** программы составлен для классов с углублённым изучением математики, 3 часа в неделю, всего 102 часа за год.

**7 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параграф учебника | Содержание | Количество часов |
| I  | II  |
|  | I. НАЧАЛА ГЕОМЕТРИИ | 17 | 20 |
| 123456 | Вводная беседаОсновные геометрические фигурыОтрезок и лучИзмерение длин отрезковПолуплоскость и угол Измерение величин угловЛоманые и многоугольникиКонтрольная работа № 1 | 12223331 | 13333331 |
|  | II. РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ | 27 | 29 |
| 789101112131415 | ТреугольникиПервый признак равенства треугольниковВторой признак равенства треугольниковРавнобедренные треугольникиТретий признак равенства треугольниковКонтрольная работа № 2Соотношения между сторонами и углами треугольникаСоотношения между сторонами треугольникаПрямоугольные треугольникиПерпендикуляр и наклоннаяКонтрольная работа № 3 | 23333133321 | 33333133331 |
|  | III. ОКРУЖНОСТЬ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕСТА ТОЧЕК | 11 | 16 |
| 1617181920 | Окружность и круг Взаимное расположение прямой и окружностиВзаимное расположение двух окружностейГеометрические места точекЗадачи на построениеКонтрольная работа № 4 | 222221 | 333331 |
|  | IV. КРИВЫЕ И ГРАФЫ\* | 0 | 19 |
| 21\*22\*23\*24\*25\*26\* | ПараболаЭллипсГиперболаГрафыТеорема ЭйлераПроблема четырёх красокКонтрольная работа № 5 | ------- | 3333331 |
|  | V. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ | 9 | 10 |
| 272829 | Параллельные прямыеСумма углов треугольникаСумма углов выпуклого многоугольникаКонтрольная работа № 6 | 2331 | 3331 |
|  | Обобщающее повторение | 4 | 8 |

**§ 2. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**7 КЛАСС**

**Вариант I (2 ч в неделю, всего 68 ч)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Основное содержание по темам** | **Характеристика основных видов деятельности ученика** **(на уровне учебных действий)** |
| **1. Начала геометрии (17 ч)** |
| История возникновения и развития геометрии. Основные геометрические фигуры и их свойства. Взаимное расположение точек на прямой. Отрезок и луч. Равенство отрезков. Операции сложения и вычитания отрезков, умножения и деления отрезка на натуральное число. Измерение длины отрезка. Исторические сведения об измерении длин. Полуплоскость и угол. Виды углов: прямой угол, острые и тупые углы, развёрнутый угол, смежные и вертикальные углы. Равенство углов. Биссектриса угла. Операции сложения и вычитания углов, умножения и деления угла на натуральное число. Теорема о равенстве вертикальных углов. Перпендикулярные прямые. Измерение величин углов. Исторические сведения об измерении углов.Ломаные. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Элементы многоугольника. Периметр многоугольника. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники. | Приводить исторические сведения о возникновении и развитии геометрии.Изображать точки и прямые на плоскости.Формулировать определения и иллюстрировать понятия: отрезка, равенства отрезков, длины отрезка. Производить операции сложения и вычитания отрезков, умножения и деления отрезка на натуральное число.Измерять длину отрезка с помощью линейки. Решать задачи на нахождение длины отрезка.Формулировать определения и иллюстрировать понятия: луча, угла, равенства углов. Различать виды углов. Производить операции сложения и вычитания углов, умножения и деления угла на натуральное число.Измерять величину угла с помощью транспортира. Решать задачи на нахождение величины угла.Формулировать определения и иллюстрировать понятия ломаной и многоугольника. Распознавать и приводить примеры ломаных и многоугольников. Решать задачи на нахождение длины ломаной и периметра многоугольника. |
| **2. Треугольники (27 ч)** |
| Треугольники. Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние. Медиана, биссектриса и высота треугольника. Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.Соотношения между сторонами и углами треугольника. Соотношения между сторонами треугольника. Прямоугольные треугольники. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная, их свойства. | Формулировать определения: треугольника, равенства треугольников, медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Различать виды треугольников.Формулировать признаки равенства треугольников, применять их при решении задач.Устанавливать соотношения между сторонами и углами треугольника, применять их при решении задач.Формулировать определения перпендикуляра и наклонной. Использовать соотношение между ними при решении задач.  |
| **3. Окружность и геометрические места точек (11 ч)** |
| Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда. Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная и секущая к окружности. Взаимное расположение двух окружностей.Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Построения с помощью циркуля и линейки. Примеры задач на построение. | Формулировать определения и иллюстрировать понятия окружности, круга и их элементов.Изображать, распознавать и описывать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.Приводить примеры геометрических мест точек. Решать задачи на нахождение геометрических мест точек. Решать задачи на построение с с помощью циркуля и линейки. |
| **4. Параллельность (9 ч)** |
| Параллельные прямые. Признаки параллельных прямых. Аксиома параллельных прямых. Свойства параллельных прямых. Исторические сведения. Сумма углов треугольника. Сумма углов выпуклого *n*-угольника.  | Формулировать определение параллельных прямых и аксиому параллельных. Распознавать на рисунках и изображать параллельные прямые. Называть углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей. Приводить исторические сведения об аксиоме параллельных и Н. И. Лобачевском.Формулировать и доказывать теоремы о сумме углов треугольника и выпуклого *n*-угольника. Решать задачи на нахождение углов. |
| **Обобщающее повторение (4 ч)** |

**Вариант II (3 ч в неделю, всего 102 ч)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Основное содержание по темам** | **Характеристика основных видов деятельности ученика****(на уровне учебных действий)** |
| **1. Начала геометрии (20 ч)** |
| История возникновения и развития геометрии. Основные геометрические фигуры и их свойства. Взаимное расположение точек на прямой. Отрезок и луч. Равенство отрезков. Операции сложения и вычитания отрезков, умножения и деления отрезка на натуральное число. Измерение длины отрезка. Исторические сведения об измерении длин. Полуплоскость и угол. Виды углов: прямой угол, острые и тупые углы, развёрнутый угол, смежные и вертикальные углы. Равенство углов. Биссектриса угла. Операции сложения и вычитания углов, умножения и деления угла на натуральное число. Теорема о равенстве вертикальных углов. Перпендикулярные прямые. Измерение величин углов. Исторические сведения об измерении углов.Ломаные. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Элементы многоугольника. Периметр многоугольника. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники. | Приводить исторические сведения о возникновении и развитии геометрии.Формулировать аксиомы о взаимном расположении точек и прямых на плоскости.Формулировать определения и иллюстрировать понятия: отрезка, равенства отрезков, длины отрезка. Производить операции сложения и вычитания отрезков, умножения и деления отрезка на натуральное число.Измерять длину отрезка с помощью линейки. Решать задачи на нахождение длины отрезка.Формулировать определения и иллюстрировать понятия: луча, угла, равенства углов. Различать виды углов. Производить операции сложения и вычитания углов, умножения и деления угла на натуральное число.Измерять величину угла с помощью транспортира.Решать задачи на нахождение величин углов.Формулировать определения и иллюстрировать понятия ломаной и многоугольника. Распознавать и приводить примеры ломаных и многоугольников. Решать задачи на нахождение длины ломаной и периметра многоугольника.Решать задачи комбинаторного характера на взаимное расположение точек и прямых на плоскости.Решать задачи с практическим содержанием. |
| **2. Треугольники (29 ч)** |
| Треугольники. Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние. Медиана, биссектриса и высота треугольника. Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.Соотношения между сторонами и углами треугольника. Соотношения между сторонами треугольника. Прямоугольные треугольники. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная, их свойства. | Формулировать определения: треугольника, равенства треугольников, медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Различать виды треугольников.Формулировать признаки равенства треугольников, применять их при решении задач.Доказывать соотношения между сторонами и углами треугольника, применять их при решении задач.Формулировать определения перпендикуляра и наклонной. Использовать соотношение между ними при решении задач. Решать задачи на нахождение наибольших и наименьших значений.Решать задачи с практическим содержанием.  |
| **3. Окружность и геометрические места точек (16 ч)** |
| Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда. Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная и секущая к окружности. Взаимное расположение двух окружностей.Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Построения с помощью циркуля и линейки. Примеры задач на построение. | Формулировать определения и иллюстрировать понятия окружности, круга и их элементов.Изображать, распознавать и описывать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.Приводить примеры геометрических мест точек. Решать задачи на нахождение геометрических мест точек. Решать задачи на построение с помощью циркуля и линейки. |
| **4\*. Кривые и графы (19 ч)** |
| Парабола и её свойства. Касательная к параболе. Построение параболы и касательных к ней. Эллипс и его свойства. Касательная к эллипсу. Построение эллипса и касательных к нему. Гипербола и её свойства. Касательная к гиперболе. Построение гиперболы и касательных к ней.Графы и их элементы: вершины, рёбра. Задачи, приводящие к понятию графа. Задача Эйлера о кёнигсбергских мостах. Уникурсальные графы и их свойства. Теорема Эйлера о числе вершин, рёбер и граней плоского графа. Задача о трёх домиках и трёх колодцах. Проблема четырёх красок. | Формулировать определения параболы, эллипса и гиперболы. Решать задачи на построение касательных и нахождение элементов параболы, эллипса и гиперболы.Выполнять проекты на построение кривых, как геометрических мест точек.Формулировать определение и иллюстрировать понятие графа и его элементов.Решать задачи на установление уникурсальности графов.Формулировать теорему Эйлера о числе вершин, рёбер и граней плоского графа и применять её при решении задач.Решать задачи на раскрашивание карт.Приводить исторические сведения о Л. Эйлере.Выполнять проекты по темам, связанным с графами и их применением. |
| **5. Параллельность (10 ч)** |
| Параллельные прямые. Признаки параллельных прямых. Аксиома параллельных прямых. Свойства параллельных прямых. Исторические сведения. Сумма углов треугольника. Сумма углов выпуклого *n*-угольника.  | Формулировать определение параллельных прямых и аксиому параллельных. Распознавать на рисунках и изображать параллельные прямые. Называть углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей. Приводить исторические сведения об аксиоме параллельных и Н. И. Лобачевском. Формулировать и доказывать теоремы о сумме углов треугольника и выпуклого *n*-угольника. Решать задачи на нахождение углов. |
| **Обобщающее повторение (8 ч)** |

#### § 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ

***1. Основные геометрические фигуры***

Вариант 1

1. Основными геометрическими фигурами являются …

2. Точка идеализирует …

3. Прямые обозначаются …

4. Если две прямые не имеют общих точек, то …

5. Аксиомой называется …

6. Прямые проводят на бумаге с помощью …

# Вариант 2

1. Планиметрией называется раздел …

2. Прямая идеализирует …

3. Точки обозначаются …

4. Если две прямые имеют одну общую точку, то …

5. Теоремой называется …

6. Через любые две точки проходит …

***2. Отрезок и луч***

# Вариант 1

1. Каждая точка на прямой разбивает …

2. Лучом называется …

3. Вершина луча называется также …

4. Отрезок *AB* обозначается …

5. Отрезок *MN* больше отрезка *KL*, это обозначается …

6. Отрезок *CD* называется суммой отрезков *CE* и *ED*, если …

# Вариант 2

1. Каждая точка на прямой разбивает эту прямую на …

2. Отрезком называется …

3. Луч называется также …

4. Луч *AB* обозначается …

5. Отрезок *EF* меньше отрезка *GH*, это обозначается …

6. Отрезок *AC* называется разностью отрезков *AB* и *CB*, если …

***3. Измерение длины отрезка***

# Вариант 1

1. Отрезком называется …

2. Серединой отрезка называется …

3. Измерение длины отрезка основано на сравнении …

4. Если единичный отрезок целиком укладывается в отрезке *PH n* раз без остатка, то …

5. Длина суммы отрезков равна …

# Вариант 2

1. Лучом называется …

2. Длина отрезка – это …

3. Для измерения длины данного отрезка *AB* нужно …

4. Если единичный отрезок укладывается в данном отрезке *MK n* раз с остатком, то …

5. Длины равных отрезков …

***4. Полуплоскость и угол***

# Диктант № 1

# Вариант 1

1. Точки *E* и *F* лежат по разные стороны от прямой *b*, если …

2. Если две точки принадлежат одной части плоскости относительно данной прямой, то …

3. Полупрямой называется …

4. Углом называется …

5. Сторонами угла называются …

# Вариант 2

1. Точки *C* и *D* лежат по одну сторону от прямой *a*, если …

2. Если две точки принадлежат разным частям плоскости относительно данной прямой, то …

3. Полуплоскостью называется …

4. Серединой отрезка называется …

5. Вершиной угла называется …

# Диктант № 2

Вариант 1

1. Внутренней точкой угла называется …

2. Угол называется развернутым …

4. Два угла называются смежными …

5. Вертикальные углы – это …

6. Угол называется тупым …

# Вариант 2

1. Внутренним лучом угла называется …

2. Угол называется неразвернутым, если …

3. Углы называются вертикальными …

4. Если два угла равны третьему, то …

5. Угол называется острым …

6. Биссектрисой угла называется …

***5. Измерение величин углов***

# Вариант 1

1. Углом между пересекающимися прямыми называется …

2. Прямая разбивает плоскость на …

3. За единицу измерения угла принимается …

4. Прямой угол равен …

5. Угол *C* -острый, значит, его градусная величина …

6\*. Астролябия состоит …

# Вариант 2

1. Две прямые называются перпендикулярными …

2. Точка разбивает прямую на …

3. Угол в 10 – это …

4. Градусные величины равных углов …

5. Угол *D* – тупой, значит, его градусная величина …

6\*. Квадрант состоит …

***6. Ломаные и многоугольники***

# Диктант № 1

# Вариант 1

1. Ломаной называется …

2. Вершинами ломаной называются …

3. Ломаная называется простой …

4. Ломаная называется незамкнутой …

5. Ломаная обозначается …

# Вариант 2

1. Сторонами ломаной называются …

2. Длиной ломаной называется …

3. Ломаная называется замкнутой …

4. Ломаная называется непростой …

5. Всякая простая замкнутая ломаная разбивает …

# Диктант № 2

# Вариант 1

1. Периметром многоугольника называется …

2. Вершиной многоугольника называется …

3. Пятиугольником называется …

4. Диагональю многоугольника называется …

5. Многоугольник называется правильным …

# Вариант 2

1. Многоугольником называется …

2. Углом многоугольника называется …

3. Шестиугольником называется …

4. Стороной многоугольника называется …

5. Многоугольник называется выпуклым …

***7. Треугольники***

# Вариант 1

1. Треугольником называется …

2. Треугольник обозначается …

3. Биссектрисой угла называется …

4. Высотой треугольника называется …

5. Каковы бы ни были треугольник и луч на плоскости, существует треугольник …

# Вариант 2

1. Периметром треугольника называется …

2. Медианой треугольника называется …

3. Биссектрисой треугольника называется …

4. Перпендикулярность прямых *a* и *b* обозначается …

5. В заданной полуплоскости относительно заданного луча можно …

***8. Первый признак равенства треугольников***

# Вариант 1

1. *ABC =CDE*, значит, у них …

2. Если две стороны и угол между ними одного треугольника, …

3. *ABC* =*A*1*B*1*C*1по первому признаку равенства треугольников, у них оказалось, что *AB* = *A*1*B*1, *AC*=*A*1*C*1и …

4. Многоугольником называется …

5. 10-угольник имеет углов …

6. Треугольник имеет медиан …

# Вариант 2

1.*KLM =NOP*, значит, у них …

2. Первый признак равенства треугольников заключается в том, что …

3. *XYZ* = *X*1*Y*1*Z*1по первому признаку равенства треугольников, у них оказалось, что *XY* = *X*1*Y*1, $∠$*X* = $∠$*X* 1и …

4. Ломаной называется …

5. 12-угольник имеет сторон …

6. Треугольник имеет высот …

***9. Второй признак равенства треугольников***

# Вариант 1

1. Четырехугольником называется …

2. Треугольник называется правильным …

3. Треугольник имеет биссектрис …

4. Первый признак равенства треугольников заключается в том, что…

5. *KLM* =*EFG* по второму признаку равенства треугольников, у них оказалось, что $∠$*K* =$∠$*E*, $∠$*M* =$∠$*G* и …

6. Угол *D* – тупой, значит, …

# Вариант 2

1. Треугольником называется …

2. Четырехугольник называется правильным, если …

3. Треугольник имеет диагоналей …

4. Второй признак равенства треугольников заключается в том, что …

5. *ABC*=*DEF* по второму признаку равенства треугольников, у них оказалось, что *BC=EF*, $∠$*C* = $∠$*F* и …

6. Угол *C* – прямой, значит, …

***10. Равнобедренные треугольники***

# Вариант 1

1. Треугольник называется разносторонним …

2. Основанием равнобедренного треугольника называется …

3. Треугольник называется правильным …

4. Треугольник *UVW -* равнобедренный, *WU -* его основание, тогда равны углы …

5. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, …

6. Если в треугольнике два угла равны, то …

# Вариант 2

1. Треугольник называется равнобедренным …

2. Боковыми сторонами равнобедренного треугольника называются …

3. Треугольник называется равносторонним …

4. Треугольник *RST* - равнобедренный, *RS* и *ST -* его боковые стороны, тогда равны углы …

5. В равнобедренном треугольнике углы при основании …

6. Высота, опущенная на основание равнобедренного треугольника, …

***11. Третий признак равенства треугольников***

# Вариант 1

1. Второй признак равенства треугольников заключается в том, что …

2. Треугольник называется равнобедренным …

3. Признак равнобедренного треугольника заключается в том, что …

4. В треугольнике диагоналей …

5. Луч отличается от прямой тем, что …

6. Для доказательства равенства двух равнобедренных треугольников по третьему признаку равенства треугольников, нужно проверить …

# Вариант 2

1. Первый признак равенства треугольников заключается в том, что …

2. Третий признак равенства треугольников заключается в том, что …

3. Треугольник называется правильным …

4. В четырехугольнике диагоналей …

5. Луч отличается от отрезка тем, что …

6. Для доказательства равенства двух равносторонних треугольников по третьему признаку равенства треугольников, нужно проверить …

***12. Соотношение между сторонами***

***и углами треугольника***

# Вариант 1

1. Два угла называются вертикальными …

2. Внешним углом треугольника называется …

3. Треугольник имеет внутренних углов …

4. Внешний угол произвольного треугольника …

5. В произвольном треугольнике против большего угла …

# Вариант 2

1. Два угла называются смежными …

2. Внутренним углом треугольника называется …

3. Треугольник имеет внешних углов…

4. В произвольном треугольнике против большей стороны …

5. В произвольном треугольнике против меньшего угла …

5. Если в треугольнике три угла равны, то треугольник …

***13. Соотношение между сторонами***

***треугольника***

# Вариант 1

1. Каждая сторона треугольника …

2. Длина отрезка, соединяющего концы ломаной, …

3. В произвольном треугольнике против большей стороны …

4. В произвольном треугольнике против меньшего угла …

 5. Утверждение «В равнобедренном треугольнике углы при основании равны» является …

# Вариант 2

1. Неравенство треугольника заключается в том, что …

2. В многоугольнике любая сторона …

3. В произвольном треугольнике против большего угла …

4. В произвольном треугольнике против меньшей стороны …

5. Утверждение «Если в треугольнике равны два угла, то он равнобедренный» является …

***14. Прямоугольные треугольники***

# Вариант 1

1. Треугольник называется прямоугольным …

2. Гипотенузой прямоугольного треугольника называется …

3. Наибольшей стороной тупоугольного треугольника является …

4. В треугольнике может быть только один прямой угол, так как …

5. Второй признак равенства треугольников применительно к прямоугольным треугольникам формулируется следующим образом …

# Вариант 2

1.Треугольник называется тупоугольным …

2. Катетами прямоугольного треугольника называются …

3. Наибольшей стороной прямоугольного треугольника является …

4. В треугольнике может быть только один тупой угол, так как …

5. Первый признак равенства треугольников применительно к прямоугольным треугольникам формулируется следующим образом …

***15. Перпендикуляр и наклонная***

# Вариант 1

1. Две прямые называются пересекающимися, если …

2. Перпендикуляром, опущенным из точки на прямую, называется …

3. Основанием перпендикуляра называется …

4. Расстоянием между двумя точками называется …

5. Проекцией наклонной на прямую называется …

6. Из точки на прямую проведено несколько наклонных. Наибольшая наклонная имеет …

# Вариант 2

1. Две прямые называются перпендикулярными, если …

2. Наклонной, проведенной из точки к прямой, называется …

3. Основанием наклонной называется …

4. Расстоянием между точкой и прямой называется …

5. Перпендикуляр, опущенный из точки на прямую, короче …

6. Из точки на прямую проведено несколько наклонных. Наклонная, имеющая наименьшую проекцию, …

***16. Окружность и круг***

# Вариант 1

1. Прямая изображается с помощью …

2. Окружностью называется …

3. Центром окружности называется …

4. Радиусом круга называется …

5. Хордой окружности называется …

6. Наибольшей хордой окружности …

# Вариант 2

1. Окружность изображается с помощью …

2. Кругом называется …

3. Центром круга называется …

4. Радиусом окружности называется …

5. Диаметром окружности называется …

6. Диаметр окружности, перпендикулярный хорде, …

***17. Взаимное расположение прямой и***

***окружности***

# Вариант 1

1. Касательной к окружности называется …

2. Взаимное расположение окружности и прямой зависит от …

3. Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса окружности, то …

4. Если отрезок соединяет точку, лежащую внутри окружности и точку, лежащую вне окружности, то …

5. Из одной точки окружности можно провести хорд …

# Вариант 2

1. Если прямая имеет с окружностью только одну общую точку, то …

2. Прямая и окружность называются пересекающимися, если …

3. Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности, то …

4. Если отрезок соединяет точку, лежащую вне окружности и точку, лежащую внутри окружности, то …

5. Из одной точки окружности можно провести диаметров …

***18. Взаимное расположение двух окружностей***

# Вариант 1

1. Две окружности пересекаются, если они имеют …

2. Взаимное расположение двух окружностей зависит от …

3. Окружности касаются внешним образом, если …

4. Одна окружность расположена внутри другой окружности, если …

5. Концентрическими окружностями называются …

# Вариант 2

1. Две окружности касаются, если они имеют …

2. Взаимное расположение прямой и окружности зависит от …

3. Окружности касаются внутренним образом, если …

4. Одна окружность расположена вне другой окружности, если …

5. Кольцом называется …

***19. Геометрические места точек***

Вариант 1

1. Слова «фигура состоит из всех точек плоскости, удовлетворяющих заданному свойству» означают …

2. Кругом называется ГМТ …

3. Серединным перпендикуляром к отрезку называется ГМТ …

4. ГМ центров окружностей радиуса *R*, касающихся данной окружности радиуса *r* при условии, что *R > r*, является …

5. Отрезок является ГМТ …

Вариант 2

1. Геометрическим местом точек называется …

2. Окружностью называется ГМТ …

3. Биссектрисой угла называется ГМТ …

4. ГМ центров окружностей радиуса *R*1, касающихся данной окружности радиуса R2 при условии, что *R*1 < *R*2, является …

5. Луч является ГМТ …

***20. Задачи на построение***

Вариант 1

1. С помощью циркуля можно …

2. Биссектрисой угла называется …

3. Чтобы построить биссектрису данного угла *AOB*, нужно …

4. Два диаметра окружности пересекаются в …

5. Центр круга является ГМТ …

Вариант 2

1. С помощью линейки можно …

2. Серединным перпендикуляром к отрезку называется …

3. Чтобы построить серединный перпендикуляр к отрезку *CD*, нужно …

4. Два радиуса круга пересекаются в …

5. Центр окружности является ГМТ …

***21\*. Парабола***

Вариант 1

1. Параболой называется …

2. Директрисой параболы называется …

3. Осью параболы называется …

4. Теорема о касательной к параболе заключается в том, что …

Вариант 2

1. Фокусом параболы называется …

2. Вершиной параболы называется …

3. Касательной к параболе называется …

4. Фокальное свойство параболы заключается в том, что …

***22\*. Эллипс***

Вариант 1

1. Фокусами эллипса называются …

2. Касательной к эллипсу называется …

3. Фокальное свойство эллипса заключается в том, что …

4. Для того чтобы нарисовать эллипс с помощью нити и кнопок, нужно …

Вариант 2

1. Эллипсом называется …

2. Слово «фокус» в переводе с латинского языка означает …

3. Теорема о касательной к эллипсу заключается в том, что …

4. Для того чтобы получить эллипс из бумаги, нужно …

***23\*. Гипербола***

Вариант 1

1. Гиперболой называется …

2. Фокусом параболы называется …

3. Касательной к гиперболе называется …

4. Теорема о касательной к гиперболе заключается в том, что …

5. Для того чтобы получить эллипс из листа бумаги, нужно …

Вариант 2

1. Параболой называется …

2. Фокусами гиперболы называются …

3. Касательной к эллипсу называется …

4. Фокальное свойство гиперболы заключается в том, что …

5. Для того чтобы получить гиперболу из листа бумаги, нужно …

***24\*. Графы***

Вариант 1

1. Графом называется …

2. Ребром графа называется …

3. Индексом вершины графа называется …

4. Для уникурсального графа число вершин …

Вариант 2

1. Плоским графом называется …

2. Вершинами графа называются …

3. Граф называется уникурсальным …

4. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах заключается …

***25\*. Теорема Эйлера***

Вариант 1

1. Уникурсальным графом называется …

2. Примерами графов являются

3. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах заключается …

4. Теорема Эйлера для многоугольников заключается в том, что …

Вариант 2

1. Графом называется …

2. Примерами уникурсальных графов являются …

3. Задача Эйлера о трех колодцах заключается в том, что …

4. Соотношение Эйлера для многоугольников …

***26\*. Проблема четырех красок***

Вариант 1

1. Проблема четырех красок заключается …

2. Проблема четырех красок возникла …

3. Всякую карту, образованную тремя прямыми, можно раскрасить …

4. Всякую карту, образованную двумя окружностями, можно раскрасить …

Вариант 2

1. Правильной раскраской карты считается …

2. Гипотеза четырех красок заключается …

3. Всякую карту, образованную двумя прямыми, можно раскрасить …

4. Всякую карту, образованную тремя окружностями, можно раскрасить …

***27. Параллельные прямые***

Вариант 1

1. Две прямые называются пересекающимися, если …

2. Прямая *a* параллельна прямой *b*, это обозначается следующим образом …

3. Изобразите две прямые *c*, *d* и их секущую *e*; отметьте числами образовавшиеся при этом углы. Тогда соответственными будут углы …

4. На рисунке предыдущего вопроса внешними накрест лежащими углами будут …

5. Признак параллельности двух прямых заключается в том, что …

6. Если при пересечении двух прямых третьей, внутренние односторонние угла в сумме составляют 180, то …

# Вариант 2

1. Две прямые на плоскости называются параллельными, если …

2. Прямая *a* пересекается с прямой *b* в точке *O*, это обозначается следующим образом …

3. Изобразите две прямые *m*, *n* и их секущую *k*; отметьте числами образовавшиеся при этом углы. Тогда внешними односторонними будут углы …

4. На рисунке предыдущего вопроса внутренними накрест лежащими углами будут …

5. Основное свойство двух параллельных прямых заключается в том, что …

6. Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то …

***28. Сумма углов треугольника***

# Вариант 1

1. Сумма углов остроугольного треугольника равна …

2. Внешний угол тупоугольного треугольника равен …

3. Углы равностороннего треугольника равны ...

3. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна …

# Вариант 2

1. Сумма углов тупоугольного треугольника равна …

2. Внешний угол остроугольного треугольника равен …

3. Острые углы прямоугольного равнобедренного треугольника равны …

4. Внешние углы равностороннего треугольника равны …

***29. Сумма углов выпуклого многоугольника***

# Вариант 1

1. Сумма углов выпуклого *m*-угольника равна …

2. Сумма внешних углов выпуклого *m*-угольника, взятых по одному при каждой вершине, равна …

3. Сумма углов выпуклого пятиугольника равна …

4. Углы правильного шестиугольника равны …

# Вариант 2

1. Сумма углов выпуклого *n*-угольника равна …

2. Сумма внешних углов выпуклого *n*-угольника, взятых по одному при каждой вершине, равна …

3. Сумма углов выпуклого шестиугольника равна …

4. Углы правильного пятиугольника равны …

**§ 4.** **САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

***1. Основные геометрические фигуры***

Вариант 1

1. Изобразите прямую *a* и точки *A*, *B*, принадлежащие ей, и точки *C*, *D*, ей не принадлежащие.

2. На рисунке 1 изображены прямые *CD* и *EF.* Определите пересекаются ли они.

3. Отметьте точку. Можно ли через нее провести: а) прямую линию; б) кривую линию? Сколько таких линий можно провести?

4. Изобразите две пересекающиеся прямые *m* и *n*. Отметьте точки: *O* $\in $ *m* и *O* $\in $ *n*; *M*$\in $*m* и *N*$\in $*n*; *A* $\notin $ *m*, *B* $\in $ *n*; *C* $\in $ *m*, *D* $\notin $ *n*. Как подругому можно назвать прямые *m* и *n*? Может ли точка *A* принадлежать прямой *n*, а точка *D* принадлежать прямой *m*?

5\*. Сколько точек попарных пересечений могут иметь три прямые? Изобразите соответствующие геометрические ситуации.

6\*. Найдите наибольшее число прямых, которые можно провести через различные пары из 6 точек.



Вариант 2

1. Изобразите прямую *b* и точки *C*, *D*, принадлежащие ей, и точки *E*, *F*, ей не принадлежащие.

2. На рисунке 2 изображены прямые *AB* и *CD.* Определите пересекаются ли они.

3. Отметьте две точки. Можно ли через них провести: а) прямую линию; б) кривую линию? Сколько таких линий можно провести?

4. Изобразите две параллельные прямые *k* и *l*. Отметьте точки: *K* $\in $ *k* и *L* $\in $ *l*; *E* $\notin $ *l, F* $\notin $ *l*; *G* $\in $ *l*, *H* $\notin $ *k* и *P* $\in $ *k*. Как по-другому назвать прямые *k* и *l*? Могут ли точки *E* и *F* принадлежать прямой *k*?

5\*. Сколько точек попарных пересечений могут иметь четыре прямые?

6\*. Найдите наибольшее число прямых, которые можно провести через различные пары из 5 точек.

******

***2. Отрезок и луч***

Вариант 1

1. Изобразите две пересекающиеся в точке *O* прямые *MN* и *KL*. Запишите все образовавшиеся лучи.

2. На прямой *a* возьмите три точки *H*, *P*, *Q*. Запишите все образовавшиеся при этом отрезки.

3. Изобразите три отрезка и их сумму.

4. Изобразите отрезок *AB* и отрезок $\frac{AB}{2}$.

5\*. На прямой *b* отмечены четыре точки *B*1, *B*2, *B*3, *B*4. Сколько при этом получилось: а) полупрямых; б) отрезков?

6\*. Изобразите *n* прямых, которые разбивают плоскость на 11 частей. Чему равно *n*?

Вариант 2

1. Изобразите две прямые, проходящие через одну точку *C*. Назовите эти прямые и запишите все образовавшиеся при этом полупрямые.

2. На прямой *b* возьмите три точки *K*, *L*, *M*. Запишите все образовавшиеся при этом отрезки.

3. Изобразите два отрезка и их разность.

4. Изобразите отрезок *CD* и отрезок 3*CD*.

5\*. На прямой *a* отмечены четыре точки *A*1, *A*2, *A*3, *A*4, *A*5. Сколько при этом получилось: а) полупрямых; б) отрезков?

6\*. Изобразите *m* прямых, которые разбивают плоскость на 13 частей. Чему равно *m*?

***3. Измерение длины отрезка***

Вариант 1

1. Изобразите отрезок длиной: а) 2 см; б) 55 мм; в) 4$\frac{1}{5}$ см; г) 1,2 дм.

2. Точки *A*, *B*, *C* принадлежат одной прямой, причем *B* лежит по одну сторону от *A* и *C*. Найдите длину отрезка *BC*, если: а) *AB* = 9,5 см, *AC* = 4 см; б) *AC* = 11,2 см, *AB* = 28 см.

3. На данном отрезке *KL* = 6 см найдите точку *X*, удаленную от *K* на: а) 1 см дальше, чем от *L*; б) расстояние в 2 раза меньшее, чем от *L*.

4. На прямой *a* последовательно отложены отрезки *DE* = 2 см, *EF* = 3 см и *FG* = 4 см. Найдите расстояние между серединами отрезков: а) *DE* и *EF*; б) *DE* и *FG*; в) *EF* и *DG*.

5\*. Отрезок *GH* делится точкой *O* в отношении 5:7, а точкой *P* в отношении 5:11, считая от точки *G*. Расстояние между точками *O* и *P* равно 30 см. Определите длину отрезка *GH*.

6\*. Здание Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова на Воробьевых горах в 3 раза выше колокольни Ивана Великого в Московском Кремле и выше ее на 208 м, считая от уровня Москвы реки. Найдите высоты этих зданий, если Кремлевский холм на 30 м выше, а Воробьевы горы на 78 м выше уровня Москвы реки.

Вариант 2

1. Изобразите отрезок длиной: а) 3 см; б) 84 мм; в) 2$\frac{1}{4}$ см; г) 0,8 дм.

2. Точки *D*, *E*, *F* принадлежат одной прямой, причем *D* лежит между точками *E* и *F*. Найдите длину отрезка *DF*, если: а) *EF* = 21 см, *DE* = 6 см; б) *ED* = 3,8 см, *EF* = 27,1 см.

3. На данном отрезке *AB*=8 см найдите точку *C*, чтобы она была удалена от: а) *A* на 3 см ближе, чем от *B*; б) *B* в 3 раза дальше, чем от *A*.

4. На прямой *b* последовательно отложены отрезки *KL* = 3 см, *LM* = 4 см и *MN* = 7 см. Найдите расстояние между серединами отрезков: а) *LM* и *MN*; б) *MN* и *KL*; в) *KN* и *MN*.

5\*. На отрезке *PQ* отмечена точка *H* такая, что отрезок *PH* равен $\frac{14}{17}$*PQ*. На отрезке *PH* взята точка *S* такая, что *HS* = 2,5*HQ* и *PS* = 78 см. Найдите расстояние между: а) точками *P* и *Q*; б) серединами крайних отрезков.

6\*. По обеим сторонам одной аллеи посажено 80 деревьев через 4 м друг от друга. На другой аллее посажено всего 159 деревьев через 6 м друг от друга. Во сколько раз одна аллея короче другой?

***4. Полуплоскость и угол***

Работа № 1

Вариант 1

1. Изобразите две пересекающиеся прямые. На сколько частей: а) делит каждая из них плоскость, как называется каждая из них; б) делят они плоскость?

2. Изобразите прямую *l* и точки *K*, *L*, *M*, *N*, если *K* и *N* лежат в одной полуплоскости относительно *l*, отрезок *MN* пересекает *l*, а отрезок *KL* не пересекает *l*.

3. Изобразите угол *EOF* и проведите в нем три внутренних луча. Сколько всего углов получилось?

4. На рисунке 3 *OC*$⊥$*AB* и $∠$*AOD =* $∠$*BOE*. Запишите все пары равных углов. Обоснуйте свой вывод.

5\*. По данным сумме и разности двух углов $φ$ и $ψ$ (рис. 4) постройте сами углы.

6\*. На прямой даны *m* точек. Сколько получилось отрезков?

 

Вариант 2

1. Изобразите две параллельные прямые. На сколько частей: а) делит каждая из них плоскость, как называется каждая из них; б) делят они плоскость?

2. Изобразите прямую *k* и точки *A*, *B*, *E*, *F*, причем известно, что отрезок *EF* не пересекает *k*, и точки *A*, *F* лежат в разных полуплоскостях относительно *k*.

3. Изобразите развернутый угол *COD* и проведите в нем три внутренних луча. Сколько всего углов получилось?

4. На рисунке 5 углы *MOK* и *NOL* равны, *OH –* биссектриса угла *MON*. Есть ли еще равные углы? Почему они равны?

5\*. По данным сумме и разности двух отрезов *a* и *b* (рис. 6) постройте сами отрезки.

6\*. Внутри угла проведено *m* лучей. Сколько получилось углов?

 

Работа № 2

Вариант 1

1. Чем отличается развернутый угол от прямой?

2. Изобразите прямую *AB*, на ней точку *O*. Сколько развернутых углов образовалась? Можно ли их считать вертикальными?

3. Изобразите угол *COD* и при помощи только линейки постройте равный ему угол.

4. Найдите угол между биссектрисами смежных углов.

5\*. Докажите, что угол, дополняющий меньший из двух смежных углов до прямого, равен полуразности смежных углов.

6\*. Концы отрезка *XY* принадлежат сторонам угла *MON*. Для каких углов *MON* отрезок *XY* (кроме концов) будет состоять из его внутренних точек?

Вариант 2

1. Какой угол должны образовывать два луча, чтобы они составляли одну прямую?

2. Изобразите угол *AOB* и вертикальный к нему. Сколько пар вертикальных углов образовалось при этом?

3. Даны два равных угла. Сравните два смежных с ними угла.

4. Найдите угол между биссектрисами вертикальных углов.

5\*. Из точки *O* выходят последовательно лучи *OA*, *OB*, *OC* и *OD*. Угол *AOB* равен углу *COD*, а угол *BOC* равен углу *AOD*. Изобразите эту геометрическую ситуацию.

6\*. Концы отрезка *HP* принадлежат сторонам угла *KOL*. Для каких углов *KOL* отрезок *HP* будет состоять из внутренних точек, не принадлежащих данному углу?

***5. Измерение величины угла***

Вариант 1

1. Найдите угол *P*, если он: а) составляет половину прямого угла; б) составляет треть развернутого угла; в) на 30 меньше своего смежного угла.

2. Данный угол равен 72. Какую часть он составляет от: а) угла, равного 144; б) прямого угла; в) развернутого угла?

3. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как: а) 1:3; б) 2:7; в) 1:7.

4. На рисунке 7 $∠$*ABD* =$∠$*CBE*, *BF* – биссектриса $∠$*DBE*. Есть ли еще равные углы? Ответ обоснуйте.

5\*. Из вершины угла *KOL*, равного 140o, проведены два луча: *OB* – биссектриса угла, и *OC*, делящий его в отношении 3:5, считая от стороны *OL*. Найдите все образовавшиеся углы.

6\*. Даны два непересекающихся угла с общей вершиной, причем их стороны соответственно перпендикулярны, и один угол в два раза меньше другого. Найдите эти углы.

 

Вариант 2

1. Найдите угол *Q*, если он: а) составляет треть прямого угла; б) составляет пятую часть развернутого угла; в) на 60 больше своего смежного угла.

2. Данный угол равен 20. Какую часть он составляет от: а) угла, равного 60; б) прямого угла; в) развернутого угла?

3. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как: а) 1:2; б) 4:5; в) 3:5.

4. На рисунке 8 $∠$*KOL*=$∠$*NOP*, *OM* – биссектриса *KOP*. Есть ли еще равные углы? Ответ обоснуйте.

5\*. Из вершины угла *EFG* проведен луч *FH*, который делит его на две части, разность между которыми равна 30. Найдите угол между *FH* и биссектрисой данного угла.

6\*. Даны два пересекающихся по лучу угла *AOB* и *COB*, причем известно, что их сумма равна $\frac{14}{5}$ прямого угла и что продолжение стороны *OA* за вершину делит угол *COB* пополам. Найдите эти углы.

***6. Ломаные и многоугольники***

Вариант 1

1. Изобразите простую незамкнутую 6-стороннюю ломаную. Определите число ее вершин (*В*).

2. Изобразите непростую замкнутую ломаную. На сколько частей разбивает она всю плоскость в вашем случае?

3. Изобразите выпуклый семиугольник. Из одной его вершины проведите все диагонали. На сколько треугольников разбивают они данный многоугольник?

4. Многоугольник имеет 10 диагоналей. Найдите число его углов.

5\*. Сколько сторон в многоугольнике, если их число в *k* раз больше числа диагоналей, проведенных из одной вершины, если *k* равно: а) 2; б) 4; в) 5?

6\*. Точки *A*1, *A*2, *A*3, *A*4 расположены так, как показано на рисунке 9. Докажите, что существует 5 простых замкнутых ломаных, все вершины которых являются данными точками.

 

Вариант 2

1. Изобразите простую замкнутую 7-стороннюю ломаную. Определите число ее вершин (*В*).

2. Изобразите непростую незамкнутую ломаную. На сколько частей разбивает она всю плоскость в вашем случае?

3. Изобразите невыпуклый пятиугольник. Проведите все его диагонали. Сколько их?

4. Многоугольник имеет 12 диагоналей. Найдите число его углов.

5\*. Сколько сторон в многоугольнике, если их число в *h* раз меньше числа его диагоналей, если *h* равно: а) 0,5; б) 1; в) 2; г) 2,5?

6\*. Точки *B*1, *B*2, *B*3, *B*4 расположены так, как показано на рисунке 10. Докажите, что существует 20 простых незамкнутых ломаных, все вершины которых являются данными точками.

***7. Треугольники***

Вариант 1

1. Изобразите треугольник *DEF* и все его медианы. Сколько их?

2. Изобразите треугольник и его высоты таким образом, чтобы одна из них не лежала в треугольнике.

3. Найдите периметр треугольника, если две его стороны равны и каждая в 3 раза больше третьей стороны, равной 9 см.

4. Периметр треугольника равен 153 см, а стороны относятся как 2:3:4. Найдите стороны данного треугольника.

5\*. Какой вид имеет треугольник, если две его медианы являются его биссектрисами?

6\*. Одна из сторон треугольника равна 8 см. Медиана, проведенная из ее вершины, делит периметр треугольника на две части, одна из которых меньше другой на 2 см. Найдите две другие стороны треугольника, если известно, что они равны.

Вариант 2

1. Изобразите треугольник *NOP* и все его биссектрисы. Сколько их?

2. Изобразите треугольник, один угол которого прямой, проведите в нем высоты. В какой точке они пересекутся?

3. Найдите периметр треугольника, если у него одна сторона равна 15 см, вторая на 2,5 см больше, а третья в 4 раза меньше первой.

4. Периметр треугольника равен 156 см, стороны относятся как 3:4:5. Найдите стороны данного треугольника.

5\*. Какой вид имеет треугольник, если две его медианы являются его высотами?

6\*. Одна из сторон треугольника равна 12 см. Медиана, проведенная к ней, делит периметр треугольника на две части, одна из которых больше другой на 3 см. Найдите каждую из двух других сторон треугольника, если известно, что одна из них равна данной стороне.

***8. Первый признак равенства треугольников***

Вариант 1

1. На рисунке 11 *AB = DF*, $∠$*A* = $∠$*F* и *AB = FE*. Будут ли данные треугольники равны?

2. Отрезки *GH* и *RS* пересекаются в точке *H* и делятся в ней пополам. Найдите отрезок *RH*, если *SG*=11,5 см.

3. На рисунке 12 найдите пары равных треугольников.

4. Докажите, что прямая, отсекающая от сторон угла равные отрезки, перпендикулярна его биссектрисе.

5\*. На продолжении каждой стороны правильного треугольника *ABC* отложены равные отрезки, а именно *AA*1 = *BB*1 = *CC*1. Докажите, что треугольник *A*1*B*1*C*1 тоже правильный. Сделайте соответствующий рисунок.

6\*. Треугольник, периметр которого равен 12 см, делится высотой на две части, периметры которых равны 7 см и 9 см. Найдите данную высоту.

 

Вариант 2

1. На рисунке 11 *AB = EF*, *CB = DE* и$∠$*B* = $∠$*E*. Будут ли данные треугольники равны?

2. Отрезки *TU* и *VW* пересекаются в точке *X* и делятся в ней пополам. Соедините концы отрезков и найдите равные треугольники.

3. На рисунке 13 найдите пары равных треугольников.

4. На сторонах угла *G* отложены равные отрезки *GA*, *GC* и проведена его биссектриса, на которой отмечена точка *B*. Докажите, что *BG* является биссектрисой угла *ABC*.

5\*. На каждой стороне правильного треугольника *XYZ* отложены равные отрезки, а именно *XX*1 = *YY*1 = *ZZ*1. Докажите, что треугольник *X*1*Y*1*Z*1 тоже правильный. Сделайте соответствующий рисунок.

6\*. Периметр треугольника *CDE* равен 21 см. Из вершины *D* выходят равные стороны. Медиана *CM* делит треугольник на два треугольника, причем один из них имеет периметр на 3 см больше, чем другой. Найдите стороны данного треугольника.



***9. Второй признак равенства треугольников***

Вариант 1

1. На рисунке 14 определите равные треугольники.

2. Какие треугольники на рисунке 15 равны?

3. Есть ли на рисунке 16 равные треугольники?

4. На рисунке 17 $∠$1 =$∠$2, $∠$3=$∠$4. Докажите равенство $∠$5 и $∠$6.

5\*. Изобразите два неравных треугольника, у которых имеется по две равные стороны и одному равному углу.

6\*. Проведите прямую, имеющую общие точки со всеми сторонами данного треугольника.





Вариант 2

1. На рисунке 18 определите равные треугольники.

2. Какие треугольники на рисунке 19 равны?

3. Есть ли на рисунке 20 равные треугольники?

4. Треугольники *RST* и *R*1*S*1*T*1 равны (рис. 21). Отрезки *SQ* и *S*1*Q*1 образуют равные углы со сторонами треугольников соответственно *RS* и *R*1*S*1. Докажите равенство отрезков *TQ* и *T*1*Q*1.

5\*. Изобразите два неравных треугольника, у которых имеется по два равных угла и одной равной стороне.

6\*. Докажите, что нельзя провести прямую таким образом, чтобы она пересекала все стороны треугольника по внутренним точкам.

 



***10. Равнобедренные треугольники***

Вариант 1

1. Основание равнобедренного треугольника равно 16,3 см. Найдите другие стороны треугольника, если его периметр равен 40,5 см.

2. Боковые стороны равнобедренного треугольника каждая больше в 2 раза его основания. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 44 см.

3. В треугольнике *CDE* (рис. 22) *DH* $⊥$*CE*, *CH = EH*. Докажите, что треугольник равнобедренный.

4. На рисунке 23 *RT* – основание равнобедренного треугольника *SRT*, $∠$1 = $∠$4 и *SH* $⊥$ *RT*. Докажите: а) $∠$6 = $∠$7; б) *RM = TN*; в) $∠$1 = $∠$4.

5\*. Периметр равнобедренного треугольника *ABC* равен 44 см. Из вершины *C* его основания *AC* проведена медиана *CM*. Найдите стороны данного треугольника, если периметр треугольника *BCM* на 8 см меньше периметра треугольника *ACM*.

6\*. Сколько равнобедренных треугольников изображено на рисунке 24, где *A*1*A*2*A*3 *A*4*A*5 – правильный пятиугольник?



 

Вариант 2

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 13 см, а основание меньше ее на 0,85 см. Найдите периметр треугольника.

2. Основание равнобедренного треугольника на 0,7 см больше его боковой стороны. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 25 см.

3. На рисунке 25 $∠$1 = $∠$2. Определите вид треугольника *KLM*.

4. На рисунке 23 *SM = SN*, *SH* $⊥$ *MN* и *RM = TN*. Докажите: а) $∠$2 = $∠$3; б) $∠$1 = $∠$4; в) *SR=ST*.

5\*. В равностороннем треугольнике *ABC* сторона *AC* продолжена за вершину *C* и на продолжении отложен отрезок *CD*. Точка *D* соединена с вершиной *B* треугольника. Найдите периметр данного треугольника, если известно, что периметр треугольника *BCD* на 15 см меньше периметра треугольника *ABD*.

6\*. Сколько различных типов равных равнобедренных треугольников изображено на рисунке 24, где *A*1*A*2*A*3*A*4*A*5 – правильный пятиугольник?

***11. Третий признак равенства треугольников***

Вариант 1

1. Докажите, что на рисунке 26$∠$*B =* $∠$*D*.

2. На рисунке 27 укажите пары равных треугольников.

3. На рисунке 28 укажите пары равных треугольников.

4. Докажите, что если в треугольнике высота делит сторону, к которой она проведена, пополам, то треугольник равнобедренный.

5\*. На одной стороне угла *P* отложены отрезки *PA* и *PB*. На другой его стороне отложены отрезки *PA*1 = *PA* и *PB*1 = *PB*. Докажите, что прямые *AB*1 и *A*1*B* пересекаются в точке, принадлежащей биссектрисе данного угла *P*.

6\*. Найдите в треугольнике *XYZ* на стороне *XY* или на ее продолжении точку *M*, одинаково удаленную от вершин *X* и *Z*. Отметьте особый случай.



Вариант 2

1. Докажите, что на рисунке 29 $∠$*H =* $∠$*G*.

2. На рисунке 30 укажите пары равных треугольников.

3. На рисунке 31 укажите пары равных треугольников.

4. Докажите, что если в треугольнике медиана перпендикулярна к стороне, которую она делит пополам, то треугольник равнобедренный.

5\*. Докажите, что перпендикуляры, проведенные к обеим сторонам угла на равных расстояниях от вершины, пересекаются на его биссектрисе.

6\*. Каждая из точек *X* и *Y* одинаково удалена от точек *S* и *T*. Определите положение прямой *XY* по отношению к отрезку *ST*.



***12. Соотношение между сторонами и***

***углами треугольника***

Вариант 1

1. В треугольнике *CDE* известно, что *CD > DE > CE*. Найдите наименьший угол данного треугольника.

2o. Известно, что в треугольнике *FGH* $∠$*G >* $∠$*F =* $∠$*H*. Сравните стороны данного треугольника.

3. В треугольнике *ABC* наибольшей стороной является *CB*. Какие углы могут быть у данного треугольника?

4. Внешний угол при вершине *L* треугольника *LMN* острый. Какой вывод можно сделать о внутренних углах данного треугольника?

5\*. Докажите, что, если две стороны и угол против большей из них одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу против большей из них другого треугольника, то треугольники равны.

6\*. Как можно найти расстояние между пунктами *A* и *B*, если между ними есть препятствие (например, дом)?

Вариант 2

1. В треугольнике *DEF* известно, что *EF < ED < DF*. Найдите наибольший угол данного треугольника.

2o. Известно, что в треугольнике *NOP* $∠$*O >* $∠$*P >* $∠$*N*. Сравните стороны данного треугольника.

3. В треугольнике *KLM* наименьшей стороной является *KM*. Какими могут быть углы данного треугольника?

4. Внешний угол при вершине *C* треугольника *ABC* прямой. Какой вывод можно сделать о внутренних углах данного треугольника?

5\*. Докажите, что если две стороны и угол против меньшей из них одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу против меньшей из них другого треугольника, то треугольники могут быть как равными, так и неравными.

6\*. Как можно найти расстояние между пунктами *A* и *B*, если к *A* нельзя подойти?

***13. Соотношение между сторонами***

***треугольника***

Вариант 1

1. Можно ли построить треугольник со сторонами: а) 9 см, 2 см, 6 см; б) 11 см, 16 см, 27 см?

2. Существует ли треугольник, стороны которого относятся как: а) 2:3:5; б) 3:7:11?

3. В равнобедренном треугольнике известны две стороны, равные 40 см и 15 см. Какая из них является основанием?

4. Периметр равнобедренного треугольника равен 72 см. Одна его сторона составляет $\frac{3}{8}$ периметра. Найдите стороны треугольника.

5\*. Докажите, что периметр треугольника больше суммы отрезков, соединяющих какую-либо точку внутри треугольника с его вершинами, и меньше удвоенной этой суммы.

6\*. Докажите, что периметр треугольника больше суммы его медиан.

Вариант 2

1. Можно ли построить треугольник со сторонами: а) 1 см, 7 см, 5 см; б) 12 см, 13,5 см, 20 см?

2. Существует ли треугольник, стороны которого относятся как: а) 1:8:19; б) 2:4:6?

3. В равнобедренном треугольнике известны две стороны, равные 18 см и 36 см. Какая из них является боковой стороной?

4. Две стороны равнобедренного треугольника относятся как 2:5. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 96 см.

5\*. Докажите, что медиана треугольника меньше полусуммы сторон, которые выходят с ней из одной вершины, и больше полуразности суммы этих сторон и третьей стороны треугольника.

6\*. Докажите, что периметр треугольника меньше удвоенной суммы его медиан.

***14. Прямоугольные треугольники***

Вариант 1

1. Изобразите прямоугольный треугольник: а) равнобедренный; б) неравнобедренный. Запишите его катеты и гипотенузу.

2. Найдите наибольшие стороны треугольников из предыдущей задачи. Ответ обоснуйте.

3. Докажите равенство треугольников, изображенных на рисунке 32.

4. Постройте прямоугольный треугольник по катетам, равным 3 см и 4 см. Всегда ли такой треугольник можно построить?

5\*. В треугольнике *CDE* проведена медиана *CH*. Докажите, что в треугольниках *CHE* и *CHD* найдутся равные высоты.

6\*. Постройте прямоугольный треугольник по катету (*a*) и биссектрисе (*l*) острого угла, прилежащего к этому катету.

 

Вариант 2

1. Изобразите равнобедренный треугольник: а) прямоугольный; б) тупоугольный. Запишите его основание и боковые стороны.

2. Найдите наибольшие стороны треугольников из предыдущей задачи. Ответ обоснуйте.

3. Докажите равенство треугольников, изображенных на рисунке 33.

4. Постройте прямоугольный треугольник по катету, равному 2,5 см, и прилежащему к нему углу, равному 30. Всегда ли такой треугольник можно построить?

5\*. В треугольнике *KLM* проведена медиана *LO*. Докажите, что в треугольниках *KOL* и *MOL* найдутся равные высоты.

6\*. Постройте прямоугольный треугольник по катету (*b*) и биссектрисе (*l*) прямого угла.

***15. Перпендикуляр и наклонная***

Вариант 1

1. Изобразите точку *A* $\notin $ *a*. Опустите из нее на данную прямую перпендикуляр *AH* и наклонную *AM*. Сравните их длины. Почему получился такой результат?

2. Изобразите прямоугольный треугольник. Запишите проекции его катетов на гипотенузу.

3. Изобразите геометрическую ситуацию, при которой проекцией отрезка на данную прямую является точка.

4. Докажите, что любая точка прямой, проведенной перпендикулярно к отрезку через его середину, одинаково удалена от концов данного отрезка.

5\*. Из точки *X*, взятой вне прямой *m*, опустили на нее перпендикуляр *XH* и по одну сторону от него провели наклонные *XA*, *XB*, *XC* таким образом, что $∠$*HXA =* $∠$*AXB =* $∠$*BXC*. Докажите, что: а) *HA < HB <HC*; б) *HA < AB <BC*.

6\*. Даны две параллельные прямые *a*, *b* и точка *O*, не принадлежащая им и лежащая вне полосы, образованной ими. Докажите, что нельзя найти треугольник с вершинами *O*, *A* $\in $ *a* и *B* $\in $ *b* наименьшего периметра.

Вариант 2

1. Изобразите точку *Bb*. Опустите из нее на данную прямую перпендикуляр *BP* и наклонную *BG*. Какой отрезок больше и почему?

2. Изобразите прямоугольный равнобедренный треугольник. Запишите проекции его боковых сторон на основание.

3. Изобразите геометрическую ситуацию, при которой проекция отрезка на данную прямую равна самому отрезку.

4. Докажите, что любые две вершины треугольника одинаково удалены от медианы, проведенной из третьей вершины данного треугольника.

5\*. Из точки *Z*, взятой вне прямой *n*, проведены к ней перпендикуляр *ZP* и наклонные *ZA*, *ZB*, *ZC*, …такие, что *ZA > ZB > ZC >* … , причем каждая следующая больше предыдущей на одну и ту же величину *d* (*ZB = ZA+d*, *ZC = ZB+d* и т. д.). Докажите, что *PA < AB < BC*… .

6\*. Даны две параллельные прямые *k*, *l* и точка *R*, не принадлежащая им и лежащая внутри полосы, образованной ими. Докажите, что нельзя найти треугольник *KLR*, *K* $\in $*k* и *L* $\in $ *l* наименьшего периметра.

***16. Окружность и круг***

Вариант 1

1. Изобразите окр.(*A*; 2,5 см). Запишите неравенство, которому удовлетворяют точки *M*, не принадлежащие соответствующему кругу.

2. Наибольшая хорда окружности равна 25 см. Найдите ее радиус.

3. Каким неравенствам удовлетворяют длины хорд *AB* окружности радиуса *R*?

4. Как расположены центры окружностей одного и того же радиуса, проходящих через данную точку? Изобразите соответствующую геометрическую ситуацию.

5\*. Через точку диаметра окружности проведены две равные хорды. Докажите, что они одинаково наклонены к диаметру.

6\*. В окружности с центром в точке *O* концы диаметров *AB* и *CD* соединены хордами *BC* и *BD* таким образом, что $∠$*BOD >* $∠$*BOC*. Докажите, что хорда *BD* расположена ближе к центру окружности, чем хорда *BC*.

Вариант 2

1. Изобразите окр.(*B*; 3,2 см). Запишите неравенство, которому удовлетворяют точки *K*, лежащие внутри соответствующего круга.

2. Радиус окружности на 12,4 см меньше ее диаметра. Найдите ее наибольшую хорду.

3. Каким неравенствам удовлетворяют длины хорд *EF* окружности диаметра *D*?

4. Как расположены центры окружностей, проходящих через две данные точки? Изобразите соответствующую геометрическую ситуацию.

5\*. Через точку диаметра окружности проведены две хорды, одинаково наклоненные к нему. Докажите равенство этих хорд.

6\*. Даны хорды окружности *AB*, *BC*, *CA*, причем *AB > BC > CA*. Сравните их расстояния до центра окружности.

***17. Взаимное расположение прямой и***

***окружности***

Вариант 1

1. Изобразите окружность и две прямые, одна из которых пересекает окружность, а другая не имеет с окружностью ни одной общей точки. Запишите соответствующие условия такого расположения окружности и прямых, сделав необходимые измерения.

2. Определите вид треугольника *AMB* на рисунке 34, где *AM –* касательная к данной окружности.

3. Определите взаимное расположение прямой и окружности радиуса 9,5 см, если расстояние от центра окружности до прямой равно: а) 6 см; б) 1 дм; в) 18 см.

4. Из внешней точки окружности проведены к ней две касательные и секущая, проходящая через центр окружности. Докажите, что эта секущая делит пополам хорду, соединяющую точки касания.

5\*. Докажите, что перпендикуляр к касательной в точке касания проходит через центр окружности.

6\*. Из точки *S*, лежащей вне окружности, проведены к ней касательные *ST* и *SR* (*T*, *R* – точки касания), сумма отрезков которых равна 9,4 см. Через точку *Q*, принадлежащую данной окружности и находящуюся в одной полуплоскости с точкой *S* относительно прямой *TR*, проведена касательная, которая пересекает данные касательные в точках *U* и *V*. Найдите периметр треугольника *SUV*.



Вариант 2

1. Изобразите окружность и точку вне её. Проведите через точку две прямые, одна из которых пересекает данную окружность, а другая не имеет с ней ни одной общей точки. Сколько таких прямых можно провести? От чего зависит взаимное расположение прямой и окружности?

2. Через данную точку окружности проведите к ней касательную.

3. Определите взаимное расположение прямой и окружности радиуса 4,2 см, если расстояние от центра окружности до прямой равно: а) 8,4 см; б) 2,1 см; в) 4,2 см.

4. Из внешней точки *A* окружности проведены к ней две касательные *AB* и *AC*. Найдите расстояние между точками касания *B* и *C*, если *BAC*=60o и длина ломаной *BAC* равна 1 дм.

5\*. Докажите, что перпендикуляр, проведенный из центра окружности к касательной, проходит через точку касания.

6\*. К окружности из внешней точки проведены две касательные. Через точку, принадлежащую окружности и находящуюся с данной точкой в одной полуплоскости относительно прямой, соединяющей точки касания, проведена касательная. Докажите, что периметр треугольника, образованного этими касательными, не зависит от положения третьей касательной.

***18. Взаимное расположение двух окружностей***

Вариант 1

1. Изобразите две окружности: а) непересекающиеся и лежащие одна вне другой; б) пересекающиеся; в) касающиеся внутренним образом. Запишите соответствующее условие такого расположения, сделав необходимые измерения.

2. Определите взаимное расположение двух окружностей радиусов 6,5 см и 2 см, если расстояние между их центрами равно: а) 10 см; б) 4,5 см; в) 8,5 см; г) 3 см.

3. Радиусы двух концентрических окружностей относятся как 4:5. Найдите их диаметры, если ширина кольца, образованного этими окружностями, равна 7 см.

4. Две окружности не пересекаются и расположены одна внутри другой. Их диаметры относятся как 2:5. Диаметр большей окружности делится меньшей окружностью на три части, причем крайние равны 10 см и 5 см. Найдите диаметры окружностей и расстояние между их центрами.

5\*. Докажите, что все равные хорды, проведенные в данной окружности, касаются некоторой другой окружности. Определите взаимное расположение этой и данной окружностей.

6\*. Данная окружность, радиус которой равен 3 дм, касается внутренним образом шести равных окружностей, каждая из которых касается двух других внешним образом (рис. 35). Найдите их радиусы.

 ******

Вариант 2

1. Изобразите две окружности: а) непересекающиеся и лежащие одна внутри другой; б) касающиеся внешним образом; в) пересекающиеся. Запишите соответствующее условие такого расположения, сделав необходимые измерения.

2. Определите взаимное расположение двух окружностей радиусов 3,5 см и 6 см, если расстояние между их центрами равно: а) 10 см; б) 9,5 см; в) 2,5 см; г) 1 см.

3. Найдите радиусы двух концентрических окружностей, если известно, что их диаметры относятся как 2:5 и ширина кольца, образованного этими окружностями, равна 24 см.

4. Две окружности не пересекаются и расположены одна внутри другой. Диаметр большей окружности делится меньшей окружностью на три части, равные 2 см, 10 см и 6 см. Найдите радиусы окружностей и расстояние между их центрами.

5\*. Найдите условие, при котором внутри окружности (*O*; *R*) целиком лежит окружность (*O*1; *r*).

6\*. Данная окружность, радиус которой равен 1 дм, касается внешним образом шести равных окружностей, каждая из которых касается внешним образом двух других (рис. 36). Найдите их диаметры.

***19. Геометрические места точек***

Вариант 1

1. Назовите ГМТ, расположенных от данной точки *L* на данное расстояние, равное 2,2 см.

2. Найдите ГМТ, расположенных на одинаковом расстоянии от сторон угла *EFG*.

3. Что представляет из себя ГМ центров окружностей, которые проходят через две данные точки *M* и *N*?

4. На данной прямой найдите точку, одинаково удаленную от двух данных точек. Всегда ли задача имеет решение?

5\*. Найдите окружность, отсекающую от сторон данного угла *M* равные отрезки и проходящую через данные точки *H* и *P* (рис. 37).

6\*. Найдите прямую, которая от данных точек *A* и *B* находится на данных расстояниях соответственно *a* и *b*. Всегда ли задача имеет решение и сколько она может иметь решений?

 

Вариант 2

1. Назовите ГМТ, расположенных от данной точки *M* на расстояние, не превосходящее 5,5 см.

2. Найдите ГМТ, расположенных на одинаковом расстоянии от точек *E* и *F*.

3. Что представляет из себя ГМ центров окружностей, которые касаются сторон угла *COD*?

4. На данной окружности найдите точку, одинаково удаленную от двух данных точек. Всегда ли задача имеет решение? Сколько решений может иметь задача?

5\*. Найдите окружность, отсекающую от сторон данного угла *K* равные хорды таким образом, чтобы её центр *O* принадлежал данной прямой *a* (рис. 38).

6\*. Найдите на данной прямой точку, из которой касательная, проведенная к данной окружности, была бы данной длины *d*. Всегда ли задача имеет решение и сколько она может иметь решений?

***20. Задачи на построение***

Вариант 1

1. Разделите данный отрезок *MN* пополам.

2. Проведите касательную к данной окружности в данной на ней точке.

3. Постройте треугольник *ABC* по стороне *BC* и углам *B*, *C*. Всегда ли возможно построение?

4. Постройте прямоугольный треугольник по катету и медиане, проведенной к нему.

5\*. Точка *A* – одна из точек пересечения двух окружностей с центрами *O*1 и *O*2. Проведите через *A* прямую, которая пересекала бы окружности в точках *B* и *C* таким образом, чтобы хорды *AB* и *AC* были равны.

6\*. Разделите прямой угол *L* на три равные части.

Вариант 2

1. Разделите данный угол *KLM* пополам.

2. Через точку, принадлежащую данной прямой, проведите перпендикулярную к ней прямую.

3. Постройте треугольник *BCD* по сторонам *BC* и *BD* и углу *B*. Всегда ли возможно построение?

4. Постройте прямоугольный треугольник по катету и медиане, проведенной к другому катету.

5\*. Через точку *A*, взятую внутри окружности с центром в точке *O* проведите хорду *EF* таким образом, чтобы *EA – FA = d*, где *d* заданная длина.

6\*. Разделите прямой угол *POH* на шесть равных частей.

***21\*. Парабола***

Вариант 1

1. Нарисуйте какую-нибудь параболу и изобразите её ось.

2. Задайте точку *F* – фокус параболы и прямую *d* – директрису параболы. Постройте соответствующую параболу.

3. Расстояние от фокуса параболы до директрисы равно 10 см. Найдите наименьшее расстояние от точек параболы до директрисы.

4. Даны две точки параболы и её директриса. Постройте фокус параболы. Сколько решений имеет задача?

Вариант 2

1. Нарисуйте какую-нибудь параболу и изобразите ее вершину.

2. С центром в точке *A* параболы и радиусом, равным расстоянию от этой точки до фокуса параболы, проведена окружность. Как эта окружность расположена по отношению к директрисе параболы?

3. Расстояние от фокуса параболы до директрисы равно 5 см. Чему равно расстояние от вершины параболы до директрисы.

4. Докажите, что касательная к параболе, проведённая через точку пересечения оси и директрисы, образует с осью параболы угол 450.

***22\* Эллипс***

Вариант 1

1. Нарисуйте какое-нибудь геометрическое место точек пересечения пар окружностей с заданными центрами и заданной суммой радиусов.

2. Точка *A* эллипса принадлежит прямой, проходящей через его фокусы. Расстояние от *A* до одного из фокусов равно 2 см. Чему равно расстояние между фокусами, если *c* = 6 см?

3. Проведите касательную к эллипсу через точку, принадлежащую ему, если заданы фокусы эллипса и сумма *c* расстояний до них.

4. Расстояние между фокусами *F*1, *F*2 эллипса равно 4 см. Найдите наибольшее расстояние от середины *O* отрезка *F*1*F*2 до точек эллипса, если *c* = 10 см.

Вариант 2

1. Задайте точки *F*1, *F*2 и нарисуйте какой-нибудь эллипс с фокусами в этих точках.

2. Расстояние между фокусами эллипса равно 6 см. С помощью циркуля и линейки постройте несколько точек эллипса, если *c* = 10 см.

3. Проведите касательную к эллипсу через точку, не принадлежащую ему, если заданы фокусы эллипса и сумма *c* расстояний до них.

4. Расстояние между фокусами *F*1, *F*2 эллипса равно 6 см. Точка *A* удалена от фокусов соответственно на 2 см и 8 см. Как расположена касательная к эллипсу, проведенная через точку *A*, по отношению к прямой *F*1*F*2?

***23\* Гипербола***

Вариант 1

1. Задайте две точки *F*1, *F*2 – фокусы гиперболы, и разность *c* расстояний до них. С помощью циркуля изобразите несколько точек гиперболы.

2. Проведите касательную к гиперболе, у которой заданы фокусы *F*1, *F*2 и разность c расстояний до них, через точку, не принадлежащую гиперболе.

3. Точка *A* принадлежит гиперболе и удалена от одного из фокусов на 3 см. Найдите расстояние от *A* до другого фокуса, если *c* = 4 см.

4. Расстояние между фокусами *F*1, *F*2 гиперболы равно 4 см. С помощью циркуля и линейки постройте касательную, проходящую через точку *A* гиперболы, удаленную от фокусов на 6 см и 3 см.

Вариант 2

1. Нарисуйте геометрическое место точек пересечения пар окружностей с заданными центрами и заданной разностью радиусов.

2. Проведите касательную к гиперболе, у которой заданы фокусы *F*1, *F*2, через точку, принадлежащую ей.

3. Точка *A* принадлежит гиперболе и удалена от его фокусов на расстояния 7 см и 4 см. Найдите константу *c* этой гиперболы.

4. Расстояние между фокусами гиперболы равно 6 см. Чему равно наименьшее расстояние от точек гиперболы до фокусов, если *c* = 4 см.

***24\*. Графы***

Вариант 1

1. Нарисуйте какой-нибудь граф. Определите число его вершин, ребер и индексы вершин.

2. Нарисуйте плоский граф, имеющий 10 вершин. Сколько у него ребер? Каковы индексы вершин?

3. Нарисуйте уникурсальный граф, не имеющий вершин нечётного индекса.

4. Докажите, что в любом графе сумма индексов его вершин является чётным числом.

Вариант 2

1. Нарисуйте какой-нибудь плоский граф. Определите число его вершин, ребер и индексы вершин.

2. Нарисуйте граф, имеющий 15 ребер. Сколько у него вершин? Каковы их индексы?

3. Нарисуйте уникурсальный граф, имеющий вершины нечётного индекса. Сколько таких вершин?

4. Докажите, что в любом графе число вершин с нечётным индексом является чётным числом.

***25\*. Теорема Эйлера***

Вариант 1

1. Нарисуйте несвязный граф, имеющий 5 вершин. Определите число его ребер.

2. Нарисуйте граф-дерево. Определите число его ребер.

3. Лес состоит из *k* деревьев и имеет *В* вершин. Найдите число ребер такого графа.

4. На какое наибольшее число частей разбивается плоскость при пересечении двух четырёхугольников?

Вариант 2

1. Нарисуйте связный граф, имеющий 7 вершин. Сколько у него ребер?

2. Нарисуйте граф-лес. Определите число его рёбер.

3. Сколько рёбер имеет дерево, у которого *В* вершин?

4. При пересечении треугольника и четырёхугольника плоскость разбилась на 8 частей. Найдите число точек пересечения, которое могут иметь эти фигуры.

***26\*. Проблема четырех красок***

Вариант 1

1. Какое наименьшее число красок нужно взять, чтобы окрасить карту на плоскости, образованную: а) тремя пересекающимися прямыми; б) двумя пересекающимися окружностями?

2. Какое минимальное число красок потребуется, чтобы раскрасить карту, образованную четырьмя концентрическими окружностями?

3. Какое минимальное число красок потребуется, чтобы раскрасить карту, образованную двумя концентрическими окружностями, имеющими 6 перегородок (рис. 39)?

4. Сколько красок достаточно взять, чтобы раскрасить поверхность пятиугольной пирамиды (рис. 40)?



Вариант 2

1. Какое наименьшее число красок нужно взять, чтобы окрасить карту на плоскости, образованную: а) двумя прямыми; б) тремя пересекающимися окружностями?

2. Какое минимальное число красок потребуется, чтобы раскрасить карту, образованную тремя концентрическими окружностями?

3. Какое минимальное число красок потребуется, чтобы раскрасить карту, образованную двумя концентрическими окружностями, имеющими 7 перегородок (рис. 41)?

4. Сколько красок достаточно взять, чтобы раскрасить поверхность шестиугольной пирамиды (рис. 42)?



***27. Параллельные прямые***

Вариант 1

1. Проведите две прямые и их секущую. Пронумеруйте полученные углы и запишите, какие из них являются: а) внутренними накрест лежащими; б) внешними односторонними.

2. Разность двух внутренних односторонних углов, образованных параллельными прямыми и секущей, равна 40. Найдите эти углы.

3. Один из внешних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, в три раза больше другого угла. Найдите эти углы.

4. Противолежащие стороны четырёхугольника *АВСD* попарно парал­лельны. Найдите величины углов этого четырёхугольника, если $∠$*A* = 40.

5\*. Докажите, что биссектрисы внутренних накрест лежащих углов, образованных двумя параллельными прямыми и секущей, параллельны, т. е. лежат на па­раллельных прямых.

Вариант 2

1. Проведите две прямые и их секущую. Пронумеруйте полученные углы и запишите, какие из них являются: а) внешними накрест лежащими; б) внутренними односторонними.

2. Сумма двух внутренних накрест лежащих углов равна 80о. Найдите эти углы.

3. Один из внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, на 30 больше другого угла. Найдите все образовавшиеся углы.

4. Противолежащие стороны четырёхугольника *АВСD* попарно парал­лельны. Найдите величины углов этого четырёхугольника, если $∠$*B* = 120.

5\*. Докажите, что биссектрисы внутренних односторонних углов, пер­пендикулярны, т. е. лежат на перпендикулярных прямых.

***28. Сумма углов треугольника***

Вариант 1

1. Может ли треугольник иметь углы, равные: а) 45, 56, 103; б) 3240’, 2020’, 127?

2. Острый угол прямоугольного треугольника равен 50. Найдите его остальные углы.

3. Определите углы треугольника, если известно, что они относятся как 1:3:5.

4. В треугольнике *ABC* *AС = BC*, угол *C* равен48o. Найдите внешний угол при вершине *B*.

5\*. Острый угол прямоугольного треугольника равен 20о. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла.

6\*. Найдите углы треугольника, если один из них составляет $\frac{2}{3}$ второго и $\frac{4}{5}$ третьего угла.

Вариант 2

1. Может ли треугольник иметь углы, равные: а) 37, 104, 49; б) 5715’, 27, 9545’?

2. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 40. Найдите угол, при вершине, противолежащей основанию.

3. Определите углы прямоугольного треугольника, если известно, что его острые углы относятся как 3:7.

4. В треугольнике *ABC* *AB = BC*. Внешний угол при вершине *B* равен 136o. Найдите угол *С*.

5\*. В треугольнике *ABC* угол *C* равен50o, *AD*, *BE* – биссектрисы, пересекающиеся в точке *O*. Найдите угол *AOB*.

6\*. Перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла треугольника на гипотенузу, делит этот угол на два угла, один из которых составляет $\frac{2}{3}$ другого. Найдите острые углы треугольника.

***29. Сумма углов многоугольника***

Вариант 1

1о. Три угла выпуклого четырёхугольника равны 50о, 70о и 120о. Найдите четвёртый угол этого четырёхугольника.

2о. Углы выпуклого четырёхугольника пропорциональны числам 1, 2, 4, 5. Найдите их.

3. Найдите угол правильного двенадцатиугольника.

4. Найдите внешний угол правильного десятиугольника.

5\*. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, на 540 меньше суммы его внутренних углов. Найдите число сторон данного многоугольника.

Вариант 2

1о. Три угла выпуклого четырёхугольника равны 70о, 80о и 110о. Найдите четвёртый угол этого четырёхугольника.

2о. Углы выпуклого четырёхугольника пропорциональны числам 1, 3, 3, 5. Найдите их.

3. Найдите угол правильного десятиугольника.

4. Найдите внешний угол правильного восьмиугольника.

5\*. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, в три раза меньше суммы его внутренних углов. Найдите число сторон данного многоугольника.

# **§ 5. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

# ***Контрольная работа № 1***

Вариант 1

 1. На отрезке *CD* длиной 24 см отмечена точка *H*. Известно, что отрезок *CH* в три раза длиннее отрезка *DH*. Найдите длины отрезков *CH* и *DH*.

 2. Сумма двух углов, образованных при пересечении двух прямых, равна 60°. Определите все углы, образованные при пересечении данных прямых.

 3. Найдите число сторон выпуклого многоугольника, у которого 9 диагоналей.

 4\*. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины выпуклого *n*-угольника.

# Вариант 2

1. На отрезке *EF* взята точка *L*. Найдите длины отрезков *EL* и *FL*, если отрезок *EL* на 6 см короче отрезка *FL* и длина отрезка *EF* равна 36 см.

2. Сумма трех углов, которые образуются при пересечении двух прямых, равна 300°. Определите все углы, образованные при пересечении данных прямых.

3. Найдите число сторон выпуклого многоугольника, у которого 14 диагоналей.

4\*. На сколько треугольников разбивается выпуклый *n*-угольник диагоналями, проведенными из одной его вершины?

# ***Контрольная работа № 2***

# Вариант 1

1. В четырехугольнике *ABCD* *AB* = *CD*, *BC* = *AD*. Докажите, что $∠$*A* = $∠$*C* и $∠$*B* = $∠$*D*.

 2. Периметр равнобедренного треугольника равен 58 см. Основание на 14 см меньше боковой стороны. Найдите стороны данного треугольника.

 3. От вершины *M* равнобедренного треугольника *KLM* (*MK* = *ML*) отложены равные отрезки: *MN* на стороне *MK* и *MH* на стороне *ML*. Докажите, что $∠$*MKH* =$∠$*MLN*.

 4\*. У четырехугольников *ABCD* и *A*1*B*1*C*1*D*1 равны соответствующие стороны: *AB* = *A*1*B*1, *BC* = *B*1*C*1, *CD* = *C*1*D*1, *AD* = *A*1*D*1. Будут ли равны данные четырехугольники? Почему?

# Вариант 2

 1. Докажите, что в равных треугольниках *ABC* и *A*1*B*1*C*1 медианы, проведенные к равным сторонам, равны.

 2. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 96 см, и основание относится к боковой стороне как 2:3.

 3. Дан равнобедренный треугольник *EFG*. От вершины *G* отложены на боковых сторонах *GE* и *GF* соответственно равные отрезки *GM* и *GN*. Докажите, что $∠$*NEF* =$∠$*MFE*.

 4\*. У четырехугольников *ABCD* и *A*1*B*1*C*1*D*1 $∠$*B* =$∠$*B*1, $∠$*D* =$∠$*D*1, *AB* = *A*1*B*1, *BC* = *B*1*C*1, *CD* = *C*1*D*1 и *AD* = *A*1*D*1. Верно ли утверждение о том, что данные четырехугольники равны? Есть ли в задаче лишние условия?

# ***Контрольная работа № 3***

Вариант 1

1. Может ли внешний угол при основании равнобедренного треугольника быть тупым? Почему?

 2. В треугольнике *HOP* *HO* = 7 см, *HP* = 13 см, *PO* = 9 см. Сравните углы данного треугольника.

 3. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 5 см, а другая – 11 см. Какая из них является основанием? Ответ обоснуйте.

 4. При каком условии сумма проекций двух сторон треугольника на прямую, определяемую его третьей стороной, больше этой третьей стороны?

 5\*. Докажите, что в треугольнике медиана, проведенная к одной из его сторон, меньше полусуммы двух других сторон.

# Вариант 2

 1. Может ли внешний угол при основании равнобедренного треугольника быть острым? Почему?

 2. Дан треугольник *KMN*, в котором *KM* = 10 см, *MN* = 10 см и *KN*=15 см. Сравните углы данного треугольника.

 3. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 20 см, а другая – 9 см. Какая из них является боковой стороной? Ответ обоснуйте.

 4. Каким должен быть треугольник, чтобы проекция одной его стороны на прямую, определяемую другой его стороной, была бы больше этой второй стороны?

 5\*. В треугольнике *ABC* на стороне *BC* взята точка *D*, которая соединена с вершиной *A*. Докажите, что периметр треугольника *ABC* больше периметра треугольника *ADC*.

***Контрольная работа № 4***

Вариант 1

 1. Каково взаимное расположение прямой и окружности радиуса 5 см, если расстояние от центра окружности до прямой равно: а) 3 см; б) 5 см; в) 11 см?

 2. Как расположены относительно друг друга две окружности, если расстояние между их центрами равно: а) 18 см, а радиусы равны 3 см и 12 см; б) 20 см, а диаметры равны 14 см и 42 см?

 3. Две окружности касаются внешним образом. Радиус одной окружности на 3 см меньше радиуса другой окружности. Найдите диаметры окружностей, если расстояние между их центрами равно 11 см.

4. Найдите радиусы двух концентрических окружностей, если известно, что диаметр большей окружности делится меньшей окружностью на три части, равные 7 см, 11 см и 7 см.

5\*. Стороны углы касаются данной окружности. Какую линию опишет вершина этого угла, если, не изменяя своей величины, угол изменяет положение так, что стороны касаются данной окружности?

Вариант 2

1. Запишите условие того, что прямая и окружность радиуса 5 см: а) не пересекаются; б) пересекаются: в) касаются.

2. Как расположены относительно друг друга две окружности, если расстояние между их центрами равно: а) 15 см, а радиусы равны 9 см и 7 см; б) 8 см, а диаметры равны 20 см и 2 см?

 3. Две окружности касаются внутренним образом. Радиус одной окружности в три раза больше радиуса другой. Найдите диаметры окружностей, если расстояние между их центрами равно 6 см.

 4. Радиусы двух концентрических окружностей, относятся как 3:7. Найдите радиусы этих окружностей, если ширина кольца, образованного ими, равна 16 см.

 5\*. Отрезок данной длины движется таким образом, что его концы перемещаются по сторонам прямого угла. Какую линию описывает при этом середина данного отрезка?

***Контрольная работа № 5***

Вариант 1

1. Найдите геометрическое место точек, удаленных от данной точки на 5 см.

 2. В данном треугольнике постройте медиану.

 3. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему острому углу.

 4. Постройте равнобедренный треугольник *KLM* (*MK*=*ML*) по высоте *MH* углу *M*.

 5\*. С помощью равностороннего вырезанного картонного треугольника и линейки без делений постройте биссектрису данного угла.

Вариант 2

 1. Найдите геометрическое место внутренних точек данного угла, одинаково удаленных от его сторон.

 2. В данном треугольнике постройте высоту.

 3. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и катету.

 4. Постройте равнобедренный треугольник *EFG* по основанию *EG* и углу *E*.

5\*. С помощью равностороннего вырезанного картонного треугольника и линейки без делений постройте перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, принадлежащую данной прямой.

# ***Контрольная работа № 6***

Вариант 1

1. Сумма двух внутренних углов из восьми углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой, равна 80°. Найдите каждый из восьми углов.

2. Угол при вершине равнобедренного треугольника, противолежащей его основанию, равен 30°. Найдите угол между высотой, опущенной на боковую сторону треугольника, и его основанием.

3. Углы треугольника относятся как 2:3:4. Найдите углы этого треугольника.

4. В выпуклом десятиугольнике все внутренние углы равны между собой. Найдите его внешний угол.

5\*. Докажите, что если в прямоугольном треугольнике катет равен половине гипотенузы, то угол, противолежащий этому катету, равен 30.

# Вариант 2

1. Сумма трёх внутренних углов из восьми углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, равна 290°. Найдите каждый из восьми углов.

2. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 65°. Найдите угол, образованный его боковой стороной и высотой, опущенной на другую боковую сторону.

3. Углы треугольника относятся как 3:2:1. Найдите углы этого треугольника.

4. Найдите число сторон выпуклого многоугольника, если сумма его внутренних углов равна 2520°.

5\*. Докажите, что в прямоугольном треугольнике катет, лежащий про­тив угла в 30, равен половине гипотенузы.

**§ 6.** **Т Е С Т Ы**

***Тест № 1 «Начала планиметрии»***

1. Что означает слово «геометрия»?

1) Измерение.

2) Земля.

3) Землемерие.

4) Теломерие.

2. Прямые имеют одну общую точку. Как они называются?

1) Совпадающие.

2) Пересекающиеся.

3) Параллельные.

4) Скрещивающиеся.

3. Сколько прямых можно провести через одну точку?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 3.

 4) Бесконечно много.

4. Сколько прямых можно провести через две точки?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 4.

 4) Бесконечно много.

5. Какое наибольшее число прямых можно провести через различные пары из трех точек?

 1) 1.

 2) 3.

 3) 6.

 4) Бесконечно много.

6. На прямой отмечено 3 точки. Сколько отрезков при этом образовалось?

 1) 2.

 2) 3.

 3) 4.

 4) 5.

7. На прямой отмечено 3 точки. Сколько лучей при этом образовалось?

 1) 2.

 2) 4.

 3) 6.

 4) 9.

8. На прямой отмечено 5 точек. Сколько отрезков при этом образовалось?

 1) 5.

 2) 10.

 3) 15.

 4) 20.

9. На прямой отмечено 5 точек. Сколько лучей при этом образовалось?

 1) 5.

 2) 10.

 3) 15.

 4) 20.

10. Сколько отрезков, равных данному, можно отложить на луче от его начала?

 1) 0.

2) 1.

 3) 2.

 4) Бесконечно много.

11. Сумма двух отрезков равна 8 см, их разность равна 3 см. Найдите данные отрезки.

 1) 3 см и 5 см.

2) 5 см и 11 см.

 3) 1,5 см и 4 см.

 4) 5,5 см и 2,5 см.

12. На сколько частей делят плоскость две пересекающиеся прямые?

1) 2.

2) 4.

 3) 6.

 4) 8.

13. В угле проведено 4 внутренних луча. Сколько всего углов образовалось при этом?

 1) 4.

2) 5.

 3) 10.

 4) 15.

14. Каким является следующее утверждение: «Вертикальные углы равны»?

 1) Аксиомой.

 2) Теоремой.

 3) Доказательством.

 4) Определением.

15. Сколько пар вертикальных углов образовалось при пересечении в одной точке 3 прямых?

 1) 3.

2) 4.

 3) 6.

 4) 12.

16. Сколько пар вертикальных углов образовалось при пересечении в одной точке 4 прямых?

 1) 4.

2) 8.

 3) 12.

 4) 16.

17. Сколько пар смежных углов образовалось при пересечении в одной точке 4 прямых?

 1) 8.

2) 16.

 3) 24.

 4) 36.

18. Один из смежных углов равен $\frac{2}{5}$*d* (*d* = 90o). Найдите эти углы.

1) 45 и 135.

2) 36 и 144.

 3) 72 и 108.

 4) 18 и 45.

19. Один из смежных углов меньше другого в 9 раз. Найдите данные углы.

1) 20, 180.

2) 18, 162.

 3) 20, 160.

 4) 9, 171.

20. Один из смежных углов составляет 25% другого. Найдите данные углы.

1) 45, 135.

2) 36, 144.

 3) 30, 150.

 4) 40, 160.

***Тест № 2 «Многоугольники»***

1. Сколько вершин у 20-угольника?

 1) 5.

2) 10.

 3) 20.

 4) Нельзя определить.

2. Сколько сторон у 36-угольника?

 1) 9.

2) 18.

 3) 36.

 4) Нельзя определить.

3. На сколько треугольников делится выпуклый четырехугольник своей диагональю?

 1) 2.

2) 4.

 3) 8.

 4) 12.

4. На сколько треугольников делится своими диагоналями выпуклый четырехугольник?

 1) 4.

2) 8.

 3) 10.

 4) 12.

5. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины 5-угольника?

 1) 2.

2) 3.

 3) 5.

 4) 10.

6. На сколько треугольников разбивают выпуклый 5-угольник диагонали, проведенные из одной его вершины?

 1) 3.

2) 5.

 3) 10.

 4) 15.

7. Сколько всего диагоналей у 5-угольника?

 1) 5.

2) 10.

 3) 15.

 4) 20.

8. У многоугольника 9 диагоналей. Сколько у него углов?

 1) 3.

2) 6.

 3) 9.

 4) 12.

9. У многоугольника 14 диагоналей. Сколько у него сторон?

 1) 5.

2) 6.

 3) 7.

 4) 8.

10. Найдите стороны четырехугольника, если они относятся как 1:1:1:2, а его периметр равен 30 см.

 1) 10 см, 10 см, 10 см, 20.

2) 5 см, 5см, 5 см, 15 см.

 3) 6 см, 12 см, 12 см, 12 см.

 4) 6 см, 6 см, 6 см, 12 см.

11. Сколько медиан у треугольника?

 1) 1.

2) 2

3) 3.

 4) 6.

12. Какой фигурой является биссектриса треугольника?

 1) Отрезком.

2) Лучом.

 3) Прямой.

 4) Полупрямой.

13. Периметр треугольника равен 36 см. Стороны пропорциональны числам 3, 4, 5. Найдите наибольшую сторону треугольника.

 1) 9 см.

2) 12 см.

 3) 15 см.

 4) 27 см.

14. Какие элементы треугольника могут проходить вне его?

 1) Диагональ.

2) Высота.

 3) Биссектриса.

 4) Медиана.

15. У треугольника равны две стороны, и каждая составляет $\frac{2}{5}$ его периметра. Третья сторона равна 20 см. Найдите периметр треугольника.

 1) 4 см.

2) 40 см.

 3) 100 см.

 4) 200 см.

16. Одна сторона треугольника в три раза больше второй стороны, а третья сторона больше второй на 8 см и равна 12 см. Найдите периметр треугольника.

 1) 24 см.

2) 28 см.

 3) 36 см.

 4) 44 см.

17. Каким утверждением является следующее: «Если в треугольнике два угла равны, то он является равнобедренным»?

 1) Определением.

2) Свойством.

 3) Признаком.

 4) Аксиомой.

18. Каким утверждением является следующее: «Если в треугольнике две стороны равны, то он является равнобедренным»?

 1) Определением.

2) Свойством.

 3) Признаком.

 4) Аксиомой.

19. Периметр равностороннего треугольника *KLM* равен 54 см. Найдите отрезок *KH*, если *LH* – высота данного треугольника.

 1) 9 см.

2) 18 см.

 3) 36 см.

 4) 45 см.

20. Найдите биссектрису *BL* равнобедренного треугольника *ABC* с основанием *AC*, если периметры треугольников *ABC*, *ABL*, *BLC* равны соответственно 16 см, 12 см, 12 см.

 1) 2 см.

2) 4 см.

 3) 6 см.

 4) 9 см.

***Тест № 3 «Соотношения между сторонами и углами треугольника. Прямоугольные треугольники»***

1. В треугольнике *ABC* *BC > AC*. Какие углы треугольника можно сравнить по этим данным?

 1) *A* и *B*.

 2) *A* и *C*.

 3) *B* и *C*.

 4) Нельзя сравнить.

2. В треугольнике *DEF* *DF < DE*. Какое неравенство при этом выполняется?

 1) $∠$*D <* $∠$*F*.

 2) $∠$*F <* $∠$*E*.

 3) $∠$*E >*$∠$*D*.

 4) $∠$*F >*$∠$*E*.

3. В треугольнике *KLM* *KM > LM > KL*. Какое неравенство при этом выполняется?

 1) $∠$*M <* $∠$*L <*$∠$*K*.

 2) $∠$*L <* $∠$*M <* $∠$*K*.

 3) $∠$*L >*$∠$*K >*$∠$*M*.

 4) $∠$*K >*$∠$*M >*$∠$*L*.

4. Сравните стороны треугольника *MON*, если $∠$*O <*$∠$*M =*$∠$*N*.

 1) *OM = ON < MN*.

 2) *MN > MO > NO*.

 3) *MO = MN < NO*.

 4) *MN < MO = NO*.

5. В треугольнике *XYZ* сторона *XY* наибольшая. Каким может быть угол *X*?

 1) Тупым, или прямым, или острым.

 2) Тупым или прямым.

 3) Острым.

 4) Прямым или острым.

6. Какая сторона треугольника лежит против тупого угла?

 1) Наибольшая.

 2) Наименьшая.

 3) Средняя по величине.

 4) Нельзя определить.

7. Какая сторона треугольника лежит против острого угла?

 1) Наибольшая.

 2) Наименьшая.

 3) Средняя по величине.

 4) Нельзя определить.

8. В равнобедренном треугольнике две стороны равны 7 см и 14 см. Найдите его периметр

 1) 21 см.

2) 28 см.

3) 35 см.

4) 42 см.

9. Периметр равнобедренного треугольника равен 63 см. Одна его сторона в три раза больше другой. Найдите боковую сторону треугольника.

 1) 9 см.

2) 18 см.

3) 27 см.

4) 54 см.

10. Определите вид треугольника, если известно, что у него один внешний угол прямой.

1) Прямоугольный.

2) Тупоугольный.

3) Остроугольный.

4) Нельзя определить.

11. Определите вид треугольника, если известно, что у него один внешний угол острый.

1) Прямоугольный.

2) Тупоугольный.

3) Остроугольный.

4) Нельзя определить.

12. Определите вид треугольника, если один из его внутренних углов больше суммы двух других углов.

1) Прямоугольный.

2) Тупоугольный.

3) Остроугольный.

4) Нельзя определить.

13. Определите вид треугольника, если один из его внешних углов равен внутреннему углу.

1) Прямоугольный.

2) Тупоугольный.

3) Остроугольный.

4) Нельзя определить.

14. В прямоугольном треугольнике две стороны равны 20 см и 13 см. Какая из них является гипотенузой?

1) 13 см.

2) 20 см.

3) Нельзя определить.

15. Сколько наклонных можно провести из данной точки к данной прямой?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 4.

 4) Бесконечно много.

16. Сколько наклонных заданной длины можно провести из данной точки к данной прямой?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 4.

 4) Бесконечно много.

17. Из точки *E* к прямой *a* проведены перпендикуляр *EH* и наклонные *EA*, *EB*, *EC*. Причем известно, что *AH = HB* и точка *C* лежит между точками *H* и *B*. Сравните длины наклонных.

 1) *EA < EB < EC*.

 2) *EA < EC < EB*.

 3) *EA = EB < EC*.

 4) *EC<EB=EA*.

18. Из точки *F* проведены к прямой *b* перпендикуляр *FO*, две равные наклонные *FM*, *FN* и наклонная *FL*, причем луч *FM* является внутренним лучом угла *OFL*. Сравните проекции данных наклонных.

 1) *OM > OL*.

 2) *OM < ON*.

 3) *OL > ON*.

 4) *OL < ON*.

19. Сравните медиану треугольника с его периметром.

 1) Меньше полупериметра.

 2) Равна полупериметру.

 3) Больше полупериметра.

 4) Равна периметру.

20. Укажите точку, сумма расстояний от которой до вершин выпуклого четырехугольника будет наименьшей.

 1) Вершина наименьшего угла четырёхугольника.

 2) Вершина наибольшего угла четырёхугольника.

 3) Точка пересечения диагоналей четырёхугольника.

 4) Нельзя найти.

***Тест № 4 «Окружность и круг»***

1. Сколько радиусов у окружности?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 4.

 4) Бесконечно много.

2. Что является пересечением двух диаметров одной окружности?

 1) Радиус.

 2) Центр.

 3) Диаметр, делящий угол между ними пополам.

 4) Хорда.

3. Сколько окружностей можно провести через одну точку?

 1) Ни одной.

 2) 1.

 3) 2.

 4) Бесконечно много.

4. Сколь окружностей можно провести через две точки?

 1) Ни одной.

 2) 1.

 3) 2.

 4) Бесконечно много.

5. Найдите наименьший радиус окружности, которую можно провести через точки *A* и *B*.

 1) $\frac{1}{4}$*AB*.

 2) $\frac{1}{2}$*AB*.

 3) *AB*.

 4) Нет наименьшего.

6. Какому неравенству удовлетворяют точки *C*, принадлежащие кругу с центром в точке *O* и радиусом *R*?

1) *OC < R*.

 2) *OC* $\leq $ *R*.

 3) *OC* $\geq $ *R*.

 4) *OC = R*.

7. Какому неравенству удовлетворяют точки *D*, не принадлежащие кругу с центром в точке *O* и радиусом *R*?

 1) *OD > R*.

 2) *OD* $\geq $ *R*.

 3) *OD = R*.

 4) *OD < R*.

8. Наибольшее и наименьшее расстояния от точки вне окружности до точек окружности равны соответственно 21 см и 5 см. Найдите радиус окружности.

 1) 8 см.

 2) 16 см.

 3) 26 см.

 4) 39 см.

9. Наибольшее и наименьшее расстояния от точки, расположенной внутри окружности до точек окружности равны соответственно 18 см и 13 см. Найдите радиус окружности.

 1) 2,5 см.

 2) 5 см.

 3) 15,5 см.

 4) 31 см.

10. Радиус окружности меньше диаметра на 11 см. Найдите диаметр данной окружности.

 1) 5,5 см.

 2) 11 см.

 3) 16,5 см.

 4) 22 см.

11. Сколько касательных к данной окружности можно провести через точку, принадлежащую ей.

 1) 0.

 2) 1.

 3) 2.

 4). Бесконечно много.

12. Сколько касательных к данной окружности можно провести через точку вне окружности.

 1) 0.

 2) 1.

 3) 2.

 4). Бесконечно много.

13. Как расположены относительно друг друга прямая *a* и окружность (*O*; 15 см), если *OH* = 22,5 см, где *OH* $⊥$ *a* и *H* $\in $ *a*?

 1) Не имеют общих точек.

 2) Одна общая точка.

 3) Две общие точки.

 4) Три общие точки.

14. Как расположены относительно друг друга прямая *b* и окружность (*O*; 36 см), если расстояние от точки *O* до прямой *b* равно 18 см?

 1) Не пересекаются.

 2) Пересекаются.

 3) Касаются.

 4) Не имеют общих точек.

15. Как расположены относительно друг друга прямая и окружность, диаметр которой равен 48 см, если расстояние от ее центра до данной прямой равно 24 см?

 1) Не пересекаются.

 2) Пересекаются.

 3) Касаются.

 4) Не имеют общих точек.

16. Запишите условие внутреннего касания двух окружностей (*O*1*;R*1) и (*O*2*;R*2), где *R*2 > *R*1.

 1) *O*1*O*2 < *R*1+*R*2.

 2) *O*1*O*2 $\leq $ *R*1+.

 3) *O*1*O*2 = *R*2-*R*1.

 4) *R*2- *R*1 < *O*1*O*2 < *R*1+*R*2.

17. Как расположены две окружности относительно друг друга, если их диаметры равны 64 см и 32 см, а расстояние между центрами равно 48 см?

 1) Не имеют общих точек.

 2) Пересекаются.

 3) Касаются внешним образом.

 4) Касаются внутренним образом.

18. Как расположены две окружности (*O*1*;R*1) и (*O*2*;R*2), относительно друг друга, если их *R*1 = 15 см, *R*2 = 8 см, *O*1*O*2 = 9 см?

 1) Не имеют общих точек.

 2) Пересекаются.

 3) Касаются внешним образом.

 4) Касаются внутренним образом.

19. Радиусы двух концентрических окружностей относятся как 3:5. Найдите их, если ширина соответствующего кольца равна 30 см.

 1) 15 см и 25 см.

 2) 30 см и 50 см.

 3) 45 см и 75 см.

 4) 90 см и 150 см.

20. Три окружности равного радиуса попарно касаются друг друга. Как расположены центры окружностей относительно друг друга?

 1) Принадлежат одной прямой.

 2) Принадлежат окружности того же радиуса.

 3) Находятся в вершинах равностороннего треугольника.

 4) Один центр делит пополам отрезок, соединяющий центры двух других окружностей.

***Тест № 5 «Геометрические места точек»***

1. Назовите ГМТ, лежащих по одну сторону от данной прямой.

 1) Прямая, перпендикулярная данной прямой.

 2) Полуплоскость, определяемая данной прямой.

 3) Прямая, параллельная данной прямой.

 4) Вся плоскость.

2. Назовите геометрическую фигуру, которая является ГМТ, находящихся от данной точки на данном расстоянии.

 1) Отрезок.

 2) Прямая.

 3) Окружность.

 4) Угол.

3. Назовите геометрическое место внутренних точек угла, находящихся на равном расстоянии от его сторон.

 1) Две пересекающиеся прямые.

2) Отрезок.

 3) Прямая.

 4) Полупрямая.

4. Назовите геометрическую фигуру, которая является ГМТ, находящихся на равном расстоянии от двух точек.

 1) Отрезок.

 2) Луч

3) Прямая.

 4) Окружность.

5. Назовите ГМТ, находящихся от данной точки *O* на расстояние, превосходящее *R*.

 1) Окружность (*O*; *R*).

 2) Круг (*O*; *R*).

 3) Внутренние точки круга (*O*; *R*)

 4) Внешние точки круга (*O*; *R*).

6. Сколько существует точек, одинаково удаленных от данной точки?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 3.

 4). Бесконечно много.

7. Сколько существует точек, одинаково удаленных от двух данных точек?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 3.

 4). Бесконечно много.

8. Назовите ГМТ, принадлежащих равнобедренному треугольнику и одинаково удаленных от его основания.

 1) Середина основания.

 2) Медиана, проведенная к боковой стороне.

 3) Высота, проведенная к основанию.

 4) Серединный перпендикуляр к основанию.

9. Найдите ГМ центров равных окружностей, касающихся внешним образом данной окружности.

 1) Касающаяся внешним образом окружность.

 2) Касающаяся внутренним образом окружность.

 3) Концентрическая к данной окружность.

 4) Серединный перпендикуляр к диаметру данной окружности.

10. Найдите ГМ центров окружностей, касающихся данной прямой в данной на ней точке.

 1) Окружность, касающаяся прямой в данной точке.

 2) Прямая, параллельная данной прямой.

 3) Прямая, перпендикулярная данной прямой и проходящая через данную точку.

 4) Окружность, которая пересекается с данной прямой.

11. Найдите ГМ центров окружностей, проходящих через две данные точки.

 1) Серединный перпендикуляр к отрезку, определяемому данными точками.

 2) Прямая, проходящая через данные точки.

 3) Окружность, диаметром которой является отрезок, определяемый данными точками.

 4) Окружность, касающаяся прямой, проходящей через данные точки.

12. Каким будет ГМ центров равных окружностей, проходящих через центр данной окружности?

 1) Прямая, проходящая через центр данной окружности.

 2) Окружность, концентрическая данной.

 3) Серединный перпендикуляр к диаметру данной окружности.

 4) Окружность, касающаяся данной окружности внешним образом.

13. Найдите ГМ середин равных хорд одной окружности.

 1) Окружность, касающаяся внешним образом данной окружности.

 2) Окружность, касающаяся внутренним образом данной окружности.

 3) Концентрическая окружность к данной окружности.

 4) Биссектриса угла между двумя равными пересекающимися хордами.

14. Сколько касательных можно провести к данной окружности из точки внутри нее?

 1) 0.

 2) 1.

 3) 2.

 4) Бесконечно много.

15. Какой фигурой является ГМТ, касательные, проведенные из которых к данной окружности, равны?

 1) Отрезок.

 2) Касательная к данной окружности.

 3) Окружность, концентрическая к данной окружности.

 4) Две пересекающиеся прямые.

16. Найдите ГМ центров окружностей, касающихся сторон данного угла.

 1) Прямая, делящая данный угол пополам.

 2) Окружность, касающаяся сторон данного угла.

 3) Биссектриса данного угла без её вершины.

 4) Биссектриса данного угла.

17. Из точки *M* проведены к данной окружности две касательные *MA* и *MB*. На меньшей дуге *AB* взята точка *C*, из которой проведена еще одна касательная, которая пересекает *MA* и *MB* соответственно в точках *D* и *E*. Найдите периметр треугольника *MDE*, если *AM* = 8 см.

 1) 4 см.

 2) 8 см.

 3) 16 см.

 4) 24 см.

18. Найдите условие, при котором ГМТ, удаленных от точки *K* на *R*, а от точки *L* на *r*, состоит из двух точек, где *R > r*.

 1) *KL* $\geq $ *R+r*.

 2) *KL<R-r KL> R+r*.

 3) *KL= R+r*.

 4) *R-r < KL<R+r*.

19. Найдите ГМ середин данного отрезка, концы которого движутся по сторонам прямого угла.

 1) Серединный перпендикуляр к данному отрезку.

 2) Прямая, проходящая через вершину угла и середину отрезка.

 3) Биссектриса данного угла.

 4) Четверть окружности с центром в вершине данного угла и радиусом, равным половине данного отрезка.

20. Найдите ГМТ пересечения пар равных хорд, проходящих через данные точки *A* и *B*, расположенные на окружности.

 1) Хорда *AB*.

 2) Серединный перпендикуляр к хорде *AB*.

 3) Хорда *AB* и диаметр, проходящий через середину *AB*.

 4) Стороны треугольника *AOB*, где *O* – центр данной окружности.

***Тест № 6 «Параллельность»***

1. Сколько углов образуется при пересечении двух параллельных прямых третьей?

1) 4.

2) 6.

3) 8.

4) 12.

2. Сколько равных острых углов может образоваться при пересечении двух параллельных прямых третьей?

1) 2.

2) 4.

3) 6.

4) 8.

3. Сколько равных тупых углов может образоваться при пересечении двух параллельных прямых третьей?

 1) 2.

 2) 4.

 3) 8

 4) 16.

4. Сколько прямых углов может образоваться при пересечении двух параллельных прямых третьей?

 1) 0

 2) 2.

 3) 4.

 4) 8.

5. При пересечении двух параллельных прямых третьей один из углов оказался равным 34. Найдите наименьший из всех образованных при этом углов.

 1) Нельзя определить.

 2) 34.

 3) 68.

 4) 146.

6. При пересечении двух параллельных прямых третьей один из углов оказался равным 112. Найдите наименьший из всех образованных при этом углов.

 1) Нельзя определить.

 2) 34.

 3) 68.

 4) 112.

7. При пересечении двух параллельных прямых третьей внешние накрест лежащие углы оказались равными 650. Найдите внутренние накрест лежащие углы.

1) 65 и 115.

 2) 125.

 3) 65.

 4) 65 и 180.

8. При пересечении двух параллельных прямых третьей один из углов оказался равным 97. Найдите наименьший из всех образованных при этом углов.

1) 97.

 2) 83.

 3) 77.

 4) 7.

9. Сумма трёх внутренних углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых третьей, равна 290. Найдите четвёртый внутренний угол.

 1) 145.

 2) 110.

 3) 35.

 4) 70.

10. При каком положении секущей её отрезок, заключённый между параллельными прямыми, имеет наименьшую длину?

 1) Секущая пересекает данные прямые под углом 30.

2) Секущая пересекает данные прямые под углом 45.

 3) Секущая перпендикулярна данным прямым.

 4) Секущая пересекает данные прямые под углом 60.

11. Как расположены относительно друг друга биссектрисы внутренних односторонних углов, которые получились при пересечении двух параллельных прямых третьей?

 1) Нельзя определить.

2) Параллельны.

 3) Перпендикулярны.

 4) Пересекаются под углом 45.

12. Как расположены относительно друг друга биссектрисы внешних накрест лежащих углов, которые получились при пересечении двух параллельных прямых третьей?

 1) Нельзя определить.

2) Параллельны.

 3) Перпендикулярны.

 4) Пересекаются под углом 45.

13. Найдите углы треугольника, которые относятся как 2:3:4.

 1) 20, 30, 40.

2) 40, 60, 80.

 3) 36, 54, 90.

 4) 18, 27, 36.

14. Определите вид треугольника, если его углы относятся как 1:2:3?

 1) Нельзя определить.

 2) Остроугольный.

 3) Прямоугольный.

 4) Тупоугольный.

15. Определите вид треугольника, если один из его углов больше суммы двух других?

 1) Нельзя определить.

 2) Остроугольный.

 3) Прямоугольный.

 4) Тупоугольный.

16. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 70. Найдите угол между его высотой, проведённой к боковой стороне, и другой боковой стороной.

 1) 20.

2) 50.

 3) 70.

 4) 110.

17. Определите вид треугольника, если у него один внешний угол острый.

 1) Нельзя определить.

 2) Остроугольный.

 3) Прямоугольный.

 4) Тупоугольный.

18. Найдите сумму углов выпуклого семиугольника.

1) 180.

2) 630.

 3) 900.

 4) 1260.

19. Найдите угол правильного восьмиугольника.

1) 45.

2) 135.

 3) 720.

 4) 1080.

20. Сумма углов выпуклого *n*-угольника равна 1260. Найдите *n*.

1) 8.

2) 9.

 3) 10.

 4) 12.

**§ 7. ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ**

***Основные геометрические фигуры***

 1. Найдите в окружающей нас обстановке модели: а) прямых линий; б) кривых линий; в) плоскостей.

 2. Какое свойство света используется в стрельбе на этапе прицеливания?

 3. На местности установлены два колышка. Как поставить колышки на прямой, определяемой заданными, причем поставить между и вне данных колышков?

 4. На местности двумя колышками обозначены точки одной прямой и двумя колышками точки другой прямой. Как найти точку пересечения прямых?

 5. Как проводят прямые линии строители: плотники, каменщики и др.?

 6. От районного центра до центра села прокладывается телефонная линия. Сколько столбов для этого нужно заготовить, если их нужно поставить через каждые 50 м, а длина прямой линии равна 10 км?

 7. На рисунке 43 изображен план дачного участка в масштабе 1:1000. Сколько досок штакетника шириной 10 см каждая нужно заготовить, чтобы установить забор по всему периметру участка? Калитка тоже закрывается досками.

 

 8. На рисунке 44 изображена схема электропроводки комнаты от выключателя *В* до розетки *Р*. Сколько нужно взять двойного провода для такой проводки. Учесть, что на заделку концов провода уходит 2% и схема дана в масштабе 1:100.

 9. Пила имеет длину 1 м, а расстояние между соседними зубцами равна 25 мм (рис. 45). Найдите число зубцов пилы.



 10. Найдите в окружающей нас обстановке модели: а) углов; б) вертикальных углов; в) смежных углов.

 11. Как проверить, является ли данный угол развернутым?

 12. Из бумаги вырезали угол. Как без всяких инструментов найти его биссектрису?

 13. Из бумаги вырезан угол. Найдите его половину и его четверть.

 14. Как определить угол, образованный забором?

 15. На рисунке 46 были изображены прямая, кривая и ломаная линии. К сожалению, его испачкали. Можно ли восстановить эти линии?



 16. На местности обозначены колышками три точки *A*, *O* и *B*. Как можно построить, т. е. обозначить колышками, биссектрису угла *AOB*?

***Треугольники***

 17. Найдите в окружающей нас обстановке предметы, имеющие форму треугольника.

 18. Сколько гвоздей и каким образом их нужно забить, чтобы прочно скрепить ими две доски?

 19. Почему раскрытые оконные рамы закрепляют крючком?

 20. Почему между ножками скамеек вставляют угольники?

 21. От пластмассового равнобедренного треугольника отломились два угла при основании, от которого осталась одна точка (на рисунке 47 это точка *M*). Как восстановить этот треугольник на бумаге?



 22. Строителю нужно заделать треугольное отверстие. Сколько размеров и какие он должен узнать, чтобы сделать заплатку, имеющую форму: а) равностороннего треугольника; б) равнобедренного треугольника; в) прямоугольного треугольника?

 23. По рисунку 48 объясните, как определили расстояние *AB* на местности. Между точками *A* и *B* имеется препятствие.

 

 24. Объясните по рисунку 49, как определили расстояние *EF* на местности, если точка *F* недоступна.

 25. Как на местности определить расстояние *MN* от точки *M* до недоступного предмета *N* без измерения углов?

 26. На рисунке 50 изображен простой прибор. На дощечке (или картоне) нарисован прямой угол, на сторонах которого отложены равные отрезки. Получился равнобедренный треугольник с прямым углом. В его вершины вбиты гвоздики (или воткнуты булавки). Объясните, как с помощью этого прибора можно построить прямой угол на местности?



27. Как на местности измерить ширину небольшой реки или пруда, озера?

 28. Как определить, стоя на берегу озера, длину его острова?

***Соотношения между сторонами треугольника. Перпендикуляр и наклонная***

 29. В мастерской сделаны из проволоки стержни длиной 2 дм, 5 дм, 9 дм, 11 дм, 17 дм. Выясните, из каких стержней, соединяя их концы, можно сделать треугольные конструкции, а из каких нельзя.

 30. На рисунке 51 изображен прибор, который можно использовать для деления угла пополам. *A* и *B* – шарнирные крепления, *C* – винт с крепительной головкой, *BC* – подвижная прорезь и *AB=AC*. Объясните, как с помощью этого прибора найти половину данного угла.



 31. Существуют ли на местности три точки, расстояния между которыми равны 15,5 м, 316 дм и 1 км?

 32. Четыре дачных домика находятся в вершинах некоторого выпуклого четырехугольника. В каком месте нужно вырыть колодец, чтобы сумма расстояний от него до всех домиков была наименьшей?

 33. Где на одной стороне улицы с семью домами следует построить продовольственный магазин, чтобы сумма расстояний от него до всех домов, расположенных на этой стороне, была наименьшей?

 34. Предыдущая задача для восьми домов.

 35. Два поселка расположены по одну сторону от прямолинейного участка шоссе. Где на нем нужно построить остановку автобуса, чтобы сумма расстояний от нее до поселков была наименьшей?

 36. Как на местности из точки *C* опустить перпендикуляр на прямую *AB*?

 37. Прямолинейные участки проселочной дороги и шоссе пересекаются под острым углом, внутри которого находится дом. Как найти кратчайшую дорогу, которая идет от дома к проселочной дороге, а затем к шоссе?

 38. Прямолинейные участки шоссе и магистрали пересекаются под острым углом, внутри которого расположились два населенных пункта, назовем их *A* и *B*. Как проложить кратчайший маршрут автобуса, соединяющего пункт *A* с шоссе, потом *B* и магистралью?

***Окружность и круг***

 39. В окружающей нас обстановке назовите предметы, напоминающие формы окружности и круга.

 40. Как используется свойство окружности в технике, в быту?

 41. Звук распространяется в воздухе во все стороны со скоростью  км/ч. Как расположены относительно стреляющего человека все точки земной поверхности, в которых звук выстрела будет слышан через 2 сек после него?

 42. Как сделать на местности круглую клумбу?

43. Необходимо разбить клумбу, план которой дан на рисунке 52. Попробуйте изобразить его в тетради. Сколько изображено окружностей? Каково их взаимное расположение?

 

44. Предыдущая задача для клумбы, план которой изображен на рисунке 53.

45. На рисунке 54 показан несложный прибор для измерения диаметра окружности. Объясните, как он работает.

 

46. Изобразите окружность и найдите ее радиус с помощью прибора, описанного выше, в задаче 45.

47. Нужно провести окружность, которая проходила бы через две данные точки *K* и *L* (рис. 55) и чтобы ее центр принадлежал данной окружности. Всегда ли задача имеет решение?

48. На рисунке 56 изображен груз *A*, блок и перекинутый через него натянутый шнур *CD*. Как расположен шнур по отношению к блоку?

49. Где в окружающем нас мире можно увидеть концентрические окружности?

50. На рисунке 57 показана деталь, которая называется фланец. Его внешний радиус равен 2,5 дм, внутренний – 1,5 дм. По середине кольца расположены четыре отверстия для болтов, диаметром каждое 2 см. Определите: а) ширину фланца; б) наименьшее расстояние от отверстий болта до краев фланца.

 

51. Внутри искусственного водоема правильной круглой формы имеется небольшой остров. Найдите кратчайший прямой путь лодки от одной точки берега до другой с заходом на остров. Рассмотрите два случая: а) остров находится в центре водоема; б) остров не в центре водоема.

52. На рисунке 58 изображен прибор – центроискатель. Его можно изготовить из фанеры или картона. Угол *ABC* - любой, *BL* – его биссектриса. Объясните, как с помощью этого прибора можно найти центр окружности или круга.



***Геометрические места точек. Задачи на построение***

53. В каком месте нужно построить гараж, чтобы он находился на одинаковом расстоянии от двух домов? Где удобнее всего расположить его для жильцов двух домов?

54. Жильцы трех дачных домиков, не стоящих на одной прямой, решили поставить столб для освещения. Где его следует поставить?

55. Жильцы трех дачных домиков, не стоящих на одной прямой, решили поставить столб для освещения прямых тропинок между домами. Где его следует поставить?

56. На рисунке 59 представлен план участка, на котором расположены три домика, обозначенные *Д*1, *Д*2 и *Д*3. Жильцы решили обнести их общим круглым забором. Для разметки им нужно поставить центр соответствующей окружности. Как его найти?

 

57. Жильцы трех сельских домов решили вырыть общий колодец. Где это нужно сделать, чтобы расстояния от каждого дома до колодца были равны?

58. На рисунке 60 изображена часть стропильных перекрытий. Как найти две точки *D* и *E*, в которых должны крепиться раскосы *HD* и *HE*, чтобы *AD = HD* и *HE = BE*?

59. Недалеко от двух дачных поселков проходит шоссе. Где на нем нужно поставить остановку автобуса, чтобы расстояния от нее до поселков были равны?

60. На двух деревьях сидит по вороне. Где между этими деревьями нужно положить кусок сыра, чтобы вороны могли долететь до него в одно и то же время при одинаковой скорости?

***Параллельность***

 61. Постройте параллельные прямые с помощью линейки и: а) чертёжного угольника; б) циркуля.

 62. Через данную точку (не принадлежащую данной прямой) проведите с помощью транспортира и линейки прямую, параллельную данной прямой.

 63. Начертите две прямые, параллельные верхнему краю тетради.

64. На плане города улицы, обозначенные как *AB* и *CD*, параллельны (рис. 61). Улица *EF* составляет с улицами *AB* и *AC* углы соответственно $α$ = 43 и $β$ = 65. Найдите углы, которые образуют между собой улицы *AC* и *AB*, *AC* и *CD*.



 65. Как практически проверить, параллельны ли две прямые: а) изображённые в тетради; б) провешенные на местности?

 66. С помощью одной линейки постройте сумму углов *A* и *B* треугольника *ABC*.

 67. На рисунке 62 изображён прибор, который называется *эклиметр*.



Он используется для измерения углов в вертикальной плоскости при проведении работ на местности. Объясните, что измеряется с помощью него и как он устроен.

 68. На рисунке 63 показано, как с помощью чертёжного угольника построены две перпендикулярные прямые *AB* и *BC*. Объясните это построение.

 

69. Найдите угол, образованный линиями насечек у напильника, изображённого на рисунке 64.

70. По одну сторону от шоссе расположены два дачных участка. Нужно проложить дорогу, параллельную шоссе, таким образом, чтобы сумма расстояний от участков до неё была наименьшей.

**О Т В Е Т Ы**

***Самостоятельные работы***

**1**

Вариант 1. **3.** а), б) Да, бесконечно много. **5.** 0; 1; 3. **6.** 15.

Вариант 2. **3.** а) Да, одну; б) да, бесконечно много. **5.** 0; 1; 3; 4. **6.** 10.

**2**

Вариант 1. **5.** а) 8; б) 6.

Вариант 2. **5.** а) 10; б) 10.

**3**

Вариант 1. **2.** а) 5,5 см; б) 16,8 см. **4.** а) 2,5 см; б) 6 см; в) 1 см. **5.** 288 см. **6.** 234 м и 74 м.

Вариант 2. **2.** а) 15 см; б) 23,3 см. **4.** а) 5,5 см; б) 9 см; в) 3,5 с м. **5.** а) 204 см; б)147 см. **6.** В 3 раза.

**4**

Работа № 1

Вариант 1. **1.** а) на две части, каждая из которых называется полуплоскостью; б) на четыре части. **3.** 10. **6.** $\frac{m(m-1)}{2}$.

Вариант 2. **1.** а) на две части, каждая из которых называется полуплоскостью; б) на три части. **3.** 10. **6.** $\frac{(m+2)(m+1)}{2}$.

Работа № 2

Вариант 1. **2.** 2; нет. **4.** Прямой угол. **6.** Данный угол меньше развернутого угла.

Вариант 2. **2.** 2 пары. **4.** Развернутый угол. **6.** Данный угол больше развернутого угла.

**5**

Вариант 1. **1.** а) 45; б) 60; в) 75. **2.** а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{4}{5}$, в) $\frac{2}{5}$. **3.** а) 45, 135; б) 40, 140; в) 2230', 15730'. **5.** $∠$*KOB =*$∠$*LOB* = 70; $∠$*LOC* = 5230'; $∠$*KOC* = 8730'; $∠$*BOC* = 1730'. **6.** 60, 120.

Вариант 2. **1.** а) 30; б) 36; в) 120. **2.** а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{9}$, в) $\frac{1}{9}$. **3.** а) 60, 120; б) 80, 100; в) 6730', 11230'. **5.** 15. **6.** 108, 144.

**6**

Вариант 1. **1.** *В* = 6. **3.** 5. **4.** 5. **5.** $n=\frac{3k}{k-2}$, где *n* – число сторон в многоугольнике; а) нет многоугольника; б) 6; в) 5.

Вариант 2. **1.** *В*=7. **3.** 5. **4.** 6. **5.** *n* = 2*h*+3, где *n* – число сторон в многоугольнике; а) 4; б) 5; в) 7; г) 8.

**7**

Вариант 1. **3.** 63 см. **4.** 34 см, 51 см, 68 см. **5.** Правильным. **6.** 10 см, 10 см или 6 см, 6 см.

Вариант 2. **3.** 36,25 см. **4.** 39 см, 52 см, 65 см. **5.** Правильным. **6.** 12 см, 15 см или 12 см, 9 см.

**8**

Вариант 1. **1.** Нет. **2.** 11,5 см. **6.** 2см.

Вариант 2. **1.** Да. **6.** 8 см, 8 см, 5 см или 6 см, 6 см, 9 см.

**10**

Вариант 1. **1.** 12,1 см, 12,1 см. **2.** 17,6 см, 17,6 см, 8,8 см. **5.** 12 см, 12 см, 20 см. **6.** 35.

Вариант 2. **1.** 38,15 см. **2.** 8,1 см, 8,1 см, 8,8 см. **3.** Равнобедренный. **5.** 45 см. **6.** 5.

**11**

Вариант 1. **6.** *M* – точка пересечения прямой *XY* с прямой, перпендикулярной *XZ* и проходящей через середину отрезка *XZ*. Особый случай: треугольник *XYZ* равнобедренный и *XZ* его основание, тогда точка *M* совпадает с вершиной *Y* треугольника.

Вариант 2. **6.** Прямая *XY* перпендикулярна *ST* и проходит через его середину.

**12**

Вариант 1. **1.** $∠$*D*. **2.** *FH > GH = GF*. **3.** Углы *B* и *C* – острые, угол *A* – острый, прямой или тупой. **4.** Угол *L* - тупой, углы *M* и *N* – острые. **6.** Решение показано на рисунке 65: выбирают точку *C*, из которой видны обе точки *A* и *B*.

 

Вариант 2. **1.** $∠$*E*. **2.** *NP > NO > OP*. **3.** Угол *L* - острый, каждый из углов *K*, *M* может быть острым, прямым или тупым, причем углы *K* и *M* одновременно не могут быть оба прямыми или тупыми. **4.** Угол *C* - прямой, углы *A* и *B* - острые. **6.** Решение показано на рисунке 66: *BC* – произвольный отрезок, из точки *D* видна точка *A*, *AB = GF*.

**13**

Вариант 1. **1.** а), б) Нет. **2.** а), б) Нет. **3.** 15 см. **4.** 18 см, 27 см, 27 см.

Вариант 2. **1.** а), б) Нет. **2.** а), б) Нет. **3.** 15 см. **4.** 18 см, 27 см, 27 см.

**16**

Вариант 1. **2.** 12,5 см. **3.** 0 < *AB * 2*R*. **4.** Центры принадлежат окружности данного радиуса с центром в данной точке.

Вариант 2. **2.** 24,8 см. **3.** 0 < *EF  D*. **4.** Центры принадлежат прямой, перпендикулярной к отрезку, соединяющему данные точки, и проходящей через его середину. 6. *hAB < hBC < hCA*.

**17**

Вариант 1. **2.** Прямоугольный. **3.** а) Пересекаются; б), в) не имеют общих точек. **6.** 9,4 см.

Вариант 2. **3.** а) Не имеют общих точек; б) пересекаются; в) касаются. **4.** 5 см.

**18**

Вариант 1. **2.** а) Не имеют общих точек, лежат одна вне другой; б) касаются внутренним образом; в) касаются внешним образом; г) не имеют общих точек, одна лежит внутри другой. **3.** 56 см, 70 см. **4.** 10 см, 25 см; 2,5 см. **5.** Окружность, концентрическая данной, радиус которой равен расстоянию от центра окружностей до любой из равных хорд. **6.** 1 дм.

Вариант 2. **2.** а) Не имеют общих точек, лежат одна вне другой; б) касаются внешним образом; в) касаются внутренним образом; г) не имеют общих точек, одна лежит внутри другой. **3.** 16 см, 40 см. **4.** 5 см, 9 см; 2 см. **5.** *OO*1 < *R* - *r*. **6.** 2 дм.

**19**

Вариант 1. **1.** Окр.(*L*; 2,2 см). **2.** Биссектриса $∠$*EFG*. **3.** Серединный перпендикуляр к отрезку *MN*. **4.** Точка пересечения данной прямой и серединного перпендикуляра к отрезку, соединяющего данные точки; задача не имеет решения, если данная прямая параллельна серединному перпендикуляру. **5.** Центр *O* искомой окружности – точка пересечения биссектрисы *ML* данного угла *M* и серединного перпендикуляра *a* к отрезку *HP* (рис. 67); *MA = MB*, что следует из рассмотрения равных треугольников *AOM* и *BOM*. **6.** Провести Окр.(*A*; *a*) (*B*; *b*); искомая прямая – общая касательная этих окружностей; решения нет, если окружности касаются внутренним образом или не пересекаются и одна находится внутри другой; в остальных случаях можно провести две общие касательные, т. е. получить два решения.



Вариант 2. **1.** Круг(*M*; 5,5 см). **2.** Серединный перпендикуляр к отрезку *EF*. **3.** Биссектриса $∠$*COD*. **4.** Точка пересечения окружности и серединного перпендикуляра к отрезку, соединяющего данные точки; задача не имеет решения, имеет одной решение или имеет два решения, в зависимости от того, серединный перпендикуляр соответственно не имеет общих точек с данной окружностью, касается ее или пересекает данную окружность. **5.** Центр искомой окружности (*O*; *R*) – точка пересечения биссектрисы *KL* данного угла *K* и данной прямой *a* (рис. 68), причем *OH < R < OK*, где *OH* – расстояние от центра *O* до сторон угла *K*; *AB = CD*, что следует из рассмотрения равных треугольников *AOB* и *DOC*. **6.** На данной окружности с центром в точке *O* берем произвольную точку *A* и проводим через нее касательную, на которой откладываем отрезок *AM = d*; проводим Окр.(*O*; *OM*); искомая точка – точка пересечения этой окружности и данной окружностью. Если окружности не имеют общих точек, решения нет; если касаются, одно решение; если пересекаются – два решения.

**20**

 Вариант 1. **5**. Разделим пополам отрезок *O*1*O*2, *O*1*H=HO*2; проведем прямую *AH* и прямую *a* такую, что *A* $\in $ *a* и *a* $⊥$ *AH*; назовем точки пересечения *a* с окружностями *B* и *C*, которые и будут искомыми, так как *AB = AC*, потому что *H* принадлежит серединному перпендикуляру к отрезку *BC*. **6.** Строим Окр.(*L*; *R*) (рис. 78), она пересечет стороны угла в точках *M* и *N*; строим Окр.(*M*; *R*), назовем точку ее пересечения с дугой *MN* – *K*; треугольник *KLM* – равносторонний, значит, *MLK* = 60; проводим его биссектрису *LP*; таким образом, $∠$*MLP =*$∠$*PLK =*$∠$*KLN* = 30, т. е. прямой угол *L* разделен на три равные части.



Вариант 2. **5.** Строим Окр.(*O*; *OA*) и окр.(*A*; *d*); берем одну из точек пересечения *B* = Окр.(*O*; *OA*) $∩$ Окр.(*A*; *d*); проводим хорду *AB* и продолжаем ее до пересечения с данной окружностью, точки пересечения называем *E* и *F*, *EF* – искомая хорда. **6.** Сначала делим прямой угол на три равные части (см. решение задачи 6 из первого варианта), а потом в каждом полученном угле проводим биссектрису.

**21\***

 Вариант 1. **3.** 5 см. **4.**

 Вариант 2. **2.** Касается. **3.** 2,5 см.

**22\***

 Вариант 1. **2.** 2 см. **4.** 5 см.

 Вариант 2. **4.** Перпендикулярна.

**23\***

 Вариант 1. **3.** 7 см.

 Вариант 2. **3.** 3 см. **4.** 1 см.

**24\***

 Вариант 2. **3.** 2.

**25\***

 Вариант 1. **3.** *В-k*. **4.** 10.

 Вариант 2. **3.** *В-*1. **4.** 10.

**26\***

 Вариант 1. **1.** а), б) 2. **2.** 2. **3.** 3. **4.** 4.

 Вариант 2. 1. а), б) 2. **2.** 2. **3.** 4. **4.** 3.

**27**

Вариант 1

**2.** 110о и 70о. **3.** 135о и 45о. **4.** 40о, 140о, 40о, 140о.

Вариант 2

**2.** 40о и 40о. **3.** 105о и 75о. **4.** 120о, 60о, 120о, 60о.

**28**

Вариант 1

**1.** а) Нет; б) да. **2.** 40о, 90о. **3.** 20о, 60о, 100о. **4.** 114о. **5.** 25о. **6.** 48о, 72о, 60о.

Вариант 2

**1.** а) Нет; б) да. **2.** 100о. **3.** 27о, 63о. **4.** 68о. **5.** 115о. **6.** 36о, 54о.

**29**

Вариант 1

**1.** 120о. **2.** 30о, 60о, 120о, 150о. **3.** 150о. **4.** 36о. **5.** 7.

Вариант 2

**1.** 100о. **2.** 30о, 90о, 90о, 150о. **3.** 144о. **4.** 45о. **5.** 8.

***Контрольные работы***

**№ 1**

Вариант 1. **1.** 18 см, 6 см. **2.** Два угла по 30° и два угла по 150°. **3.** Шестиугольник. **4\*.** *n*-3.

Вариант 2. **1.** 15 см, 21 см. **2.** Два угла по 60° и два угла по 120°. **3.** Семиугольник. **4\*.** *n*-2.

**№ 2**

Вариант 1. **2.** 10 см, 24 см, 24 см. **4\*.** Нет, могут не равняться соответствующие углы четырехугольников.

Вариант 2. **2.** 24 см, 36 см, 36 см. **4\*.** Да, четырехугольники равны, лишнее условие $∠$*D* =$∠$*D*1.

**№ 3**

Вариант 1. **1.** Да. **2.** $∠$*P <* $∠$*H <*$∠$*O*. **3.** 5 см. **4.** Если к третьей стороне прилегает тупой угол. **5\*.** Обратимся к рисунку 70. *ACM=BDM* (по первому признаку равенства треугольников, по двум сторонам и углу между ними). Значит, *BD = AC = b*. В треугольнике *BCD* 2*m < a+b* (неравенство треугольника). Следовательно, *m* < $\frac{a+b}{2}$.



Вариант 2. **1.** Нет. **2.** $∠$*M >* $∠$*K =* $∠$*N*. **3.** 20 см. **4.** Тупоугольным. **5\*.** Из треугольников *ABD* и *ACD* имеем: *AD < AB + BD* и *AD < AC + CD* (неравенство треугольника). Замечая, что *BD + CD = BC*, получим *AD* < $\frac{AB+AC+BC}{2}=\frac{P\_{ABC}}{2}$, где *PABC* – периметр треугольника *ABC*. *PADC = AD+AC+CD* < $\frac{P\_{ABC}}{2}$ + *AC + BC* (*CD < BC*) < $\frac{P\_{ABC}}{2}$ + *AC + BC + AB* = $\frac{3}{2}\frac{P\_{ABC}}{2}$ < *PABC*.

**№ 4**

Вариант 1. **1.** а) Пересекаются; б) касаются; в) не имеют ни одной общей точки. **2.** а) Не имеют ни одной общей точки, одна лежит вне другой; б) пересекаются. **3.** 14 см и 8 см. **4.** 12,5 см и 5,5 см. **5\*.** Окружность с центром в центре данной окружности и радиусом, равным расстоянию от центра данной окружности до вершины данного угла.

Вариант 2. **1.** Обозначим расстояние от центра данной окружности до данной прямой через *d*. а) *d* >5 см; б) *d* <5 см; в) *d* = 5 см. **2.** а) Пересекаются; б) не имеют ни одной общей точки, одна лежит внутри другой. **3.** 6 см и 18 см. **4.** 12 см и 28 см. **5\*.** Четверть окружности, пересекающей стороны данного угла, с центром в его вершине.

**№ 5**

Вариант 1. **1.** Окр.(*M*; 5 см), где *M* - данная точка. **2.** Построить середину любой стороны треугольника и соединить ее с противоположной вершиной. **3.** Строим отрезок, равный данному катету, и от его концов в одну полуплоскость откладываем углы, равные прямому и данному. Точка, где пересекутся соответствующие стороны углов, будет третьей вершиной искомого треугольника. **4.** Сначала строим прямоугольный треугольник *MKH* (по катету и прилежащему острому углу, см. предыдущую задачу), у которого дан отрезок *MH*, $∠$*MHK* = 90, $∠$*KMH* равен половине данного угла *M*. Затем откладываем на прямой *HK* отрезок *HL = HK*, треугольник *KLM* - искомый. **5\*.** Пусть дан угол *AOB*. На его сторонах откладываем равные отрезки, *OE = OF*, это можно сделать с помощью картонного треугольника: отложить его сторону. В точках *E* и *F* восстанавливаем к соответствующим сторонам угла перпендикуляры, это можно сделать, перегнув картонный треугольник пополам, т. е. совместив друг с другом любые две его вершины. Точку, где пересеклись перпендикуляры, назовем *H*. *OH* – искомая биссектриса угла *AOB*. Действительно, $Δ$*AOH =* $Δ$*BOH* (прямоугольные, равны по катету и гипотенузе), значит, $∠$*AOH =*$∠$*BOH*.

Вариант 2. **1.** Биссектриса данного угла. **2.** Из любой вершины треугольника опускаем перпендикуляр на противоположную сторону. **3.** Строим прямой угол, назовем его *O*. На одной из его сторон от вершины *O* откладываем данный отрезок *OA*, равный данному катету. Проводим окружность с центром в точке *A* и радиусом, равным данной гипотенузе. Точку пересечения окружности со второй стороной угла назовем *B*. Треугольник *AOB* – искомый. **4.** Берем данный отрезок *EG* и на его концах в одну полуплоскость откладываем углы, равные углу *E*. Точку пересечения их соответствующих сторон обозначим *F*. Треугольник *EFG* – искомый, у него $∠$*E =*$∠$*G*, значит, он равнобедренный с основанием *EG*. **5\*.** Перегнем данный картонный треугольник по его высоте, для этого нужно совместить друг с другом любые две его вершины. Теперь вершину полученного прямого угла совместим с данной точкой, половину стороны треугольника совместим с данной прямой и обведем высоту, получим искомый перпендикуляр.

# ***№ 6***

Вариант 1

**1.** 40о, 40о, 40о, 40о, 140о, 140о, 140о, 140о. **2.** 15о. **3.** 40о, 60о, 80о. **4.** 36о.

Вариант 2

**1.** 70о, 70о, 70о, 70о, 110о, 110о, 110о, 110о. **2.** 40о. **3.** 90о, 60о, 30о. **4.** 16.

***Т е с т ы***

|  |  |
| --- | --- |
| НомерЗадания | Номер теста |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 3) | 3) | 1) | 4) | 2) | 3) |
| 2 | 2) | 3) | 4) | 2) | 3) | 2) |
| 3 | 4) | 1) | 3) | 4) | 4) | 2) |
| 4 | 1) | 1) | 4) | 4) | 3) | 4) |
| 5 | 2) | 1) | 3) | 2) | 4) | 2) |
| 6 | 2) | 1) | 1) | 2) | 4) | 3) |
| 7 | 3) | 1) | 4) | 1) | 4) | 1) |
| 8 | 2) | 2) | 3) | 1) | 3) | 2) |
| 9 | 2) | 3) | 3) | 3) | 3) | 4) |
| 10 | 2) | 4) | 1) | 4) | 3) | 3) |
| 11 | 4) | 3) | 2) | 2) | 1) | 3) |
| 12 | 2) | 2) | 2) | 3) | 2) | 2) |
| 13 | 4) | 3) | 1) | 1) | 3) | 2) |
| 14 | 2) | 2) | 3) | 2) | 1) | 3) |
| 15 | 3) | 3) | 4) | 3) | 3) | 4) |
| 16 | 3) | 2) | 2) | 3) | 3) | 2) |
| 17 | 3) | 3) | 4) | 3) | 3) | 4) |
| 18 | 2) | 1) | 3) | 2) | 4) | 3) |
| 19 | 2) | 1) | 1) | 3) | 4) | 2) |
| 20 | 2) | 2) | 3) | 3) | 3) | 2) |

***Задачи с практическим содержанием***

**2.** Свет распространяется по прямой.

**3.** Назовем точки, в которых поставлены колышки *A* и *B*. Возьмем третий колышек и установим его в точку *C* на продолжении отрезка *AB* таким образом, чтобы он загораживал колышки *A* и *B*. Аналогично поставим колышек в точку *D* которая лежит между *A* и *B*, только теперь должны загораживаться колышки *A* и *C*.

**4.** Назовем точки одной прямой *A*, *B*, другой прямой - *C*, *D*. Если колышки поставлены таким образом, что точка пересечения прямых принадлежит продолжению отрезков *AB* и *CD* (рис. 71), то в точке пересечения прямых загораживаются колышки *A*, *B* и *C*, *D*. В противном случае нужно поставить колышки на прямых (используя решение предыдущей задачи 3), чтобы точка пересечения прямых принадлежала пересечению продолжения соответствующих отрезков, и поступить как в первом случае.

 

**6.** 201.

**7.** 3000 досок.

**8.** 11,22 м.

**9.** 40 зубцов.

**12.** Перегнуть бумажный угол таким образом, чтобы совместились его стороны.

**13.** Перегибаем бумажный угол как в задаче 12, затем полученную половину перегибаем таким же образом еще раз.

**15.** Можно восстановить прямую линию.

**16.** На лучах *OA* и *OB* откладываем равные отрезки *OC = OD*, *OE = OF* (рис. 72). Точка *M = CF* $∩$ *DE* (построение точки пересечения двух прямых см. выше, в решении задачи 4), *OM* – искомая биссектриса.

**18.** Тремя гвоздями, которые забиваются в вершины треугольника, здесь используется свойство жесткости треугольника

**19.** Тем самым образуется жесткая фигура – треугольник.

**20.** Для устойчивости используется свойство жесткости треугольника.

**21.** Обвести на бумаге контур оставшегося треугольника, провести биссектрису *OL* данного угла *O* (рис. 73), провести *MH* $⊥$ *OL* (*H* $\in $ *OL*); точки *A* и *B* – точки пересечения *MH* со сторонами данного угла *O*, $Δ$*AOB* – искомый.

 

**22.** а) Один, сторону треугольника; б) два, например, основание и боковую сторону треугольника; в) два, например, два катета.

**25.** От точки *M* (рис. 74) откладываем произвольным образом *MO=OP*. На продолжении отрезка *NM* берем произвольную точку *K*. Откладываем *OL=OK*, *R = NO* $∩$ *LP* . Искомое расстояние равно *PR*.

**26.** На местности ставим любые две точки (отмечаем, например, колышками), назовем их *A* и *B*. Затем встаем в определенную точку *C* (вершину прямого угла) и держим прибор близко от лица таким образом, чтобы, смотря одним глазом вдоль двух булавок, точки *A* и *B* покрылись ими (рис. 75). Теперь, не двигая прибор, смотрим вдоль других двух булавок и замечаем точку *D*, совмещаемую с булавками. Точка *D* принадлежит прямой, перпендикулярной прямой *AB*.



**27.** Предположим, что мы находимся на правом берегу реки (*П* на рис. 76). Найдем на левом берегу (*Л* на рис. 76) какой-нибудь объект, например дерево, обозначим его *A*. Пусть *B* – противоположная точка на правом берегу. Отложим на правом берегу отрезок *BC*, перпендикулярный *AB*, и отметим его середину *O*. Затем (с помощью прибора из задачи 26) через точку *C* проведем прямую,перпендикулярную *AB*, и найдем точку *D* eё пересечения с прямой *AO*. Длина отрезка *CD* будет искомым расстоянием.

**28.** Назовем длину острова *XY* (рис. 77). На берегу возьмем две произвольные точки *A* и *B* (вобьем, например, в них колышки) и найдем на *AB* такие точки *H* и *P*, чтобы углы *AHX* и *BPY* были прямые (с помощью прибора из задачи 26). В середину *O* отрезка *HP* втыкаем веху и находим точки пересечения: *C=XH* $∩$ *YO* и *D = YP* $∩$ *XO*. *CD* – искомая длина острова.



**29.** Можно: 5 дм, 9 дм, 11 дм; 5 дм, 9 дм, 17 дм. Нельзя из всех остальных сочетаний по 3 стержня.

**30.** Прикладываем планки *AB* и *AD* к сторонам угла, *A* – его вершина, тогда половина угла равна углу *ABC*.

**31.** Нет.

**32.** В точке пересечения диагоналей четырехугольника.

**33.** Назовем домики *Д*1, *Д*2, …, *Д*7. Магазин следует построить около среднего дома *Д*4.

**34.** Назовем домики *Д*1, *Д*2, …, *Д*8. Магазин следует построить между средними домами *Д*4 и *Д*5.

**35.** Решение показано на рисунке 78, где *A* и *B* - поселки, *h* – шоссе, *C* – место остановки.



**36.** Решение показано на рисунке 79, нужно из *C* провести две прямые, пересекающие *AB* таким образом, чтобы *CD = CE*, где *D* и *E* – соответствующие точки пересечения, *O* – середина отрезка *DE*.

**37.** Решение показано на рисунке 80, где *D* – дом, *OP* – проселочная дорога, *OH* – шоссе, *DK = KD*1, *D*1*B = BD*2, *DAB* – искомый маршрут.

 

**38.** Решение показано на рисунке 81, где *OM* – магистраль, *OH* – шоссе, *ACBD* – искомый маршрут.

**41.** Точки, принадлежащие кругу с центром в точке, где стоит стреляющий человек и радиусом, равным приблизительно 18,5 см.

**42.** Например, можно поступить так: воткните в точку, где вы приблизительно хотите, чтобы был центр клумбы, колышек и привяжите к нему веревку. Другой конец веревки при вращении вокруг колышка будет описывать окружность, радиус которой определяет длины веревки.

**45.** Помещают линейку в какую-нибудь точку *A* окружности (рис. 82), тогда *AB* – ее хорда, и вращают линейку до тех пор, пока не получат наибольшую хорду *AC*, которая является диаметром данной окружности.



**47.** Нужно провести прямую *a* через середину отрезка *KL*, перпендикулярную ему. Точка пересечения *a* и данной окружности будет центром искомой окружности. Если *a* не имеет общих точек с данной окружностью, решения нет; если *a* касается – одно решение; пересекается – два решения.

**49.** Например, мишень для игры в дарц, круги от камня, брошенного в спокойную воду и т. п.

**50.** а) 1 дм; б) 4 дм.

**51.** Обратимся к рисунку 91: *O* – центр окружности. а) Если остров находится в точке *O*, то все маршруты имеют одинаковую длину, равную диаметру *AB*. б) Пусть остров расположен в точке *C*. Тогда искомая хорда *DE* проходит через *C* и перпендикулярна радиусу окружности, проходящему через *C*.

**53.** В любой точке серединного перпендикуляра к отрезку, соединяющему данные дома, удобнее построить в середине этого отрезка.

**54.** В точке пересечения серединных перпендикуляров к любым двум отрезкам, соединяющим эти дома.

**55.** В точке пересечения любых двух биссектрис треугольника, вершинами которого являются эти дома.

**56.** В точке пересечения серединных перпендикуляров к любым двум отрезкам, соединяющим эти дома.

**57.**  Если домики стоят на одной прямой, решения нет. Если домики не стоят на одной прямой, то в точке пересечения серединных перпендикуляров к любым двум отрезкам, соединяющим эти дома.

**58.** Решение показано на рисунке 83, где $∠$*AHD =* $∠$*CAH* и$∠$*BHE =*$∠$*CBH*, тогда треугольники *ADH* и *BEH –* равнобедренные и *AD = HD = HE = BE*.



**59.** В точке пересечения шоссе (считаем его прямой) и серединного перпендикуляра к отрезку, соединяющему дачные поселки. Задача не имеет решения, если прямые параллельны.

**60.** Нужно провести серединный перпендикуляр к отрезку, соединяющему точки, в которых сидят вороны. Точка пересечения этого перпендикуляра с поверхностью земли будет искомой точкой (рис. 84).

**61.** а) См. рисунок 85, прямые *AB* и *CD* параллельны; б) проводим произвольную прямую *a*, берём точку *A* $\notin $ *a*, опускаем перпендикуляр *AH*, *H* $\in $ *a* (проводим окружность с центром в точке *A*, которая пересечёт прямую *a* в двух точках, например, *B* и *C*, находим точку *H* – середину отрезка *BC*, *AH* $⊥$ *a*). Затем через точку *A* проводим прямую *b*, перпендикулярную *AH*, прямые *a* и *b* параллельны.

 

**62.** Через точку *A*, не принадлежащую прямой *a*, проводим произвольную прямую *c*, пересекающую данную прямую *a*. С помощью транспортира определяем угол  между прямыми *a* и *c*; через точку *A* под углом  к прямой *c* проводим прямую *b*; прямые *a* и *b* параллельны.

**64.** 72°, 108°.

**66.** Нужно построить внешний угол при вершине *C*.

**69.** 80°, 100°.

**70.** Обозначим шоссе прямой *g*, посёлки – буквами *M* и *N*. Проведём прямую *hg* и опустим из точек *M* и *N* перпендикуляры на *h* соответственно *MH* и *NQ* (рис. 86). Теперь проведём прямую *p||g* и назовём *P = ph*. Если точка *P* лежит между точками *H* и *Q*, то *HP + PQ = HQ*; если *P* не лежит между *H* и *Q*, то *HP + PQ > HQ*. Расстояния от точек *M* и *N* до прямой *p* равны соответственно *HP* и *QP*. Таким образом, наименьшая сумма этих расстояний равна *HQ*. Следовательно, искомая дорога - прямая *x*, проходит через любую внутреннюю точку отрезка *MN* параллельно прямой *g*.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

 Предисловие………………………………………………. 2

 § 1. Программа изучения учебного материала…………. 4

§ 2. Тематическое планирование………………………… 6

 § 3. Математические диктанты……..…………………… 12

 § 4. Самостоятельные работы…………………………… 26

§ 5. Контрольные работы………………………………… 54

§ 6. Тесты…………………………………………………. 59

§ 7. Задачи с практическим содержанием……………… 77

Ответы……………………………………………………. 86